TECHE
UDINE

MANOSCRITTI

FONDO PRINCIPALE

Manoscritto n. **P_MSS_1524_II**

Nel Fondo Principale sono confluiti la maggior parte dei lasciti manoscritti pervenuti alla Biblioteca Civica «Vincenzo Joppi» nel corso del tempo: si tratta perciò di un fondo composito nel quale è possibile trovare manoscritti di argomento liturgico, scientifico, giuridico, botanico e altro.

Collocazione:

Biblioteca Civica "Vincenzo Joppi", Udine
https://www.techeudine.it/fondo-principale
https://www.sbhu.it/

Aritmetica.

Sermion' 1.

Fig. 16.

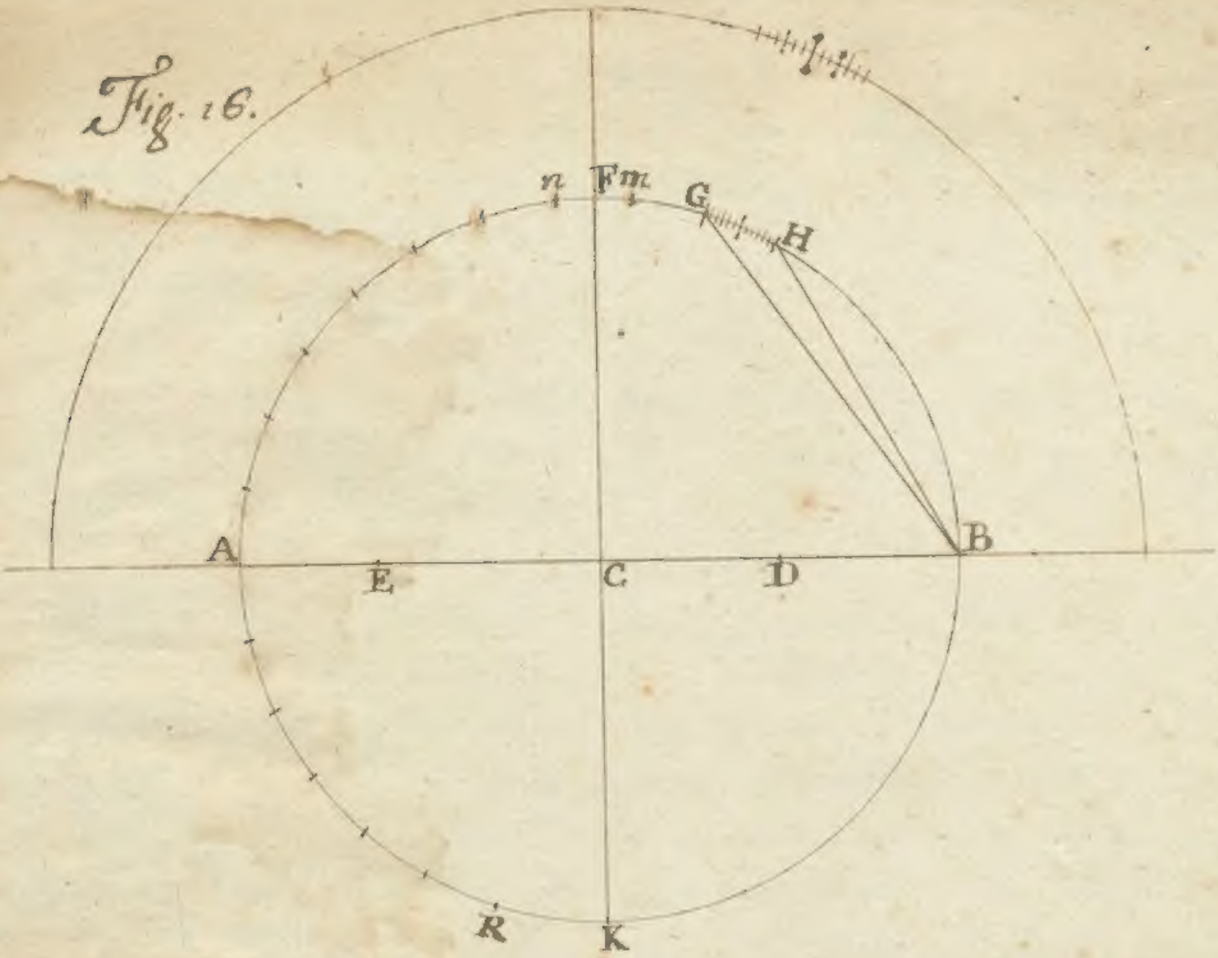
n
F
m
G
H
A
E
C
D
B
R
K

Fig. 17.

Gradus 67. 23
R
S
Gradus 67.23
Gradus 67. 23
B
Gradus 67. 23
V
s
O
Q
M
A
7½
F
7½
C
N
K
E
L
D

Quesito I.

Uno deve pagare staja $80\frac{2}{3}$ di grano al prezzo mediocre fra li seguenti prezzi di piazza per cui è stato venduto lo stajo, cioè ƒ 28, ƒ $32\frac{1}{2}$, ƒ 36, ƒ $40\frac{4}{5}$, ƒ 44. Quanto si dovrà esborsare?

Ques.° II.

Un mobile va 10 volte più spedito d'un altro, e questo secondo ha un miglio d'avanzo. Si domanda in qual distanza sarà raggiunto dal primo?

Quesito III.

Due mobili si partono nello stesso punto dalle due estremità di una linea di miglia 360, e corrono l'uno contro l'altro. Il primo verso destra fa il 1mo giorno 6 miglia, il 2do 12, il 3zo 18, l'altro fa il 1mo giorno 4 miglia, il 2do 8, il 3zo 12, e così successivamente col med.mo ordine. Si cerca in quanti giorni s'incontreranno, quando si saranno incontrati, e quante miglia avrà fatto ciascuno?

Quesito IV.

Due fanno compagnia, il secondo mette un capitale quadruplo del 1mo. Guadagnano tanto per cento, quanto è il capitale. Avendo guadagnato Ducati 800, si cerca il cap.le di ciascuno?

Quesito V

Uno giuocando guadagnò la metà del suo capitale, indi perdette in ragione di 3 a 2. Postosi di nuovo al gioco guadagnò il quadruplo della terza parte del cap.le rimasto, e finalmente il cap.le divenne 480. Si cerca il 1mo cap.le.

Quesito VI

Giocando insieme due amici, quello che gioca meglio scommette ƒ 12 contro ƒ 8 ad ogni partita. Dopo averne ~~Dovute~~ giocate 10, l'altro gli paga ƒ 20. Quante partite ha vinto?

Quesito VII.

Quattro Servitori hanno ricevuto delle gratificazioni nella morte del loro Padrone. Il 1mo ebbe ƒ 200 più del 2do, questo ƒ 300 più che il 3zo, questo 400 più che il 4to, e la gratificazione dell'ultimo è $\frac{1}{4}$ di quella del 1mo. Quanto ebbe ciascheduno?

Riveritissimo Signore

Riveritissimo Signore

Ecco altre due questioni recentemente combinate, quali a V. Riveritiss. trasmetto con la sola costruzione, ond' Ella potrà, con suo agio, dare loro la risoluzione conveniente.

Problema I.

Da un doglio capace di 40 misure di vino furono estratte tre volte tante misure, con certo vaso, sicchè infuse, dopo ciascuna estrazione, 5 misure di vino, e del resto tant' acqua alla medesim' altezza, si trovò essere nel doglio misure $28\frac{7}{26}$ di vino. Si cerca la capacità del vaso.

Costruzione

Sia x il numero delle misure, di cui è capace il detto vaso.

Dunque, dopo la prima estrazione, sarà nel doglio vino $40 - x$, e aggiunte le dette 5 misure di vino, si avrà $40 - x + 5$, ovvero $45 - x$.

Perchè poi infusa l'acqua, consta che nel vaso la ragione del vino all'acqua dee esser la stessa, che nel doglio, e però ancora la quantità del vino nel doglio alla quantità del vino nel vaso sarà nella medesima ragione, in cui è la quantità dell' acqua nel doglio, alla di lei quantità nel vaso, cioè come la capacità del doglio alla capacità del vaso; per avere dunque la quantità del vino che dee uscire nella seconda estrazione, s'inferisca: siccome 40, capacità del doglio ad x, capacità del vaso, così $45 - x$ quantità del vino recentemente determinata al quarto termine, il quale diverrà $\frac{45x - x^2}{40}$.

Dunque la quantità del vino residuo nel doglio sarà

$$45 - x - \frac{45x + x^2}{40}$$

E aggiunte le proposte 5 misure di vino, diviene

$$50 - x - \frac{45x + x^2}{40}, \text{ ovvero } \frac{2000 - 85x + x^2}{40}$$

Infusa l'acqua alla medesim' altezza, per determinare la quantità del vino, che dee uscire nella terza estrazione, col medesimo metodo, s'inferisca: siccome 40 capacità del doglio ad x capacità del vaso,

così

Si $\frac{2000-85x+x^2}{40}$ quantità del vino trovata sopra, al quarto termine, il quale diverrà $\frac{2000x-85x^2+x^3}{1600}$

Sarà dunque la quantità del vino rimasto nel doglio

$$\frac{2000-85x+x^2}{40} - \frac{2000x+85x^2-x^3}{1600}$$

E aggiunte le predette 8 misure di vino, e ridotto il tutto al medesimo conseguente.

$$\frac{320000+3200000-136000x+1600x^2-80000x+3400x^2-40x^3}{64000}$$

Raccolti i termini simili in un sol termine, e deprimendo per 40

$$\frac{88000-5400x+125x^2-x^3}{1600}$$

Ma questa quantità, per altra condizione del problema, dee equagliare misure $28\frac{7}{16}$, ovvero $\frac{455}{16}$ di vino nel doglio rimasto, dopo la terza sottrazione, e infusione del vino, e dell'acqua alla medesima altezza.

Dunque $\frac{88000-5400x+125x^2-x^3}{1600} = \frac{455}{16}$

Cioè eliminati i divisori

$$1408000-86400x+2000x^2-16x^3 = 728000$$

Scambiati i segni, riducendo, e ordinati i termini

$$16x^3-2000x^2+86400x-680000=0$$

E dividendo per 16 coefficiente della massima incognita, risulta

$$x^3-125x^2+5400x-42500=0$$

equazione cubica, la quale risolta, sarà la quantità cercata.

Primi

Date si ha **FORMULE**

Problema II.

A Uomini 100 di tre classi si devono distribuire 750 Scudi per classe, con tal legge che ciascuno della seconda classe abbia 10 Scudi di più che ciascuno della prima, e ciascuno della terza abbia scudi $12\frac{1}{2}$ più che ciascuno della seconda. Si cerca quanti individui compongano ciascuna classe, e quanto riceverà ciascuno di ciascuna classe.

Costruzione.

Si potrebbe seguire il metodo del Probl. 6 pagina 244. benchè seguendo le di lui tracce, non si verrebbe a capo di formare una giusta equazione, però si è pensato a servirsi della seguente.

Numero degl' individui della prima classe $= y$, della 2da $= z$, della 3za $= 100 - y - z$. Avendo cercato di ciascun individuo della prima classe $= x$, dunque di ciascuno della 2da $= x + 10$, e però di ciascuno della terza $= x + 22\frac{1}{2}$, ovvero $x + \frac{45}{2} = \frac{2x + 45}{2}$.

Stipendio di tutta la 1ma classe xy; di tutta la 2da $x + 10 \times z$; di tutta la terza $100 - y - z \times \frac{2x + 45}{2}$, cioè $\frac{200x - 2xy - 2xz + 4500 - 45y - 45z}{2}$.

Ma questa quantità, per l'ipotesi, dee eguagliare 750

dunque $\frac{200x - 2xy - 2xz + 4500 - 45y - 45z}{2} = 750$

Cioè levato il divisore, $200x - 2xy - 2xz + 4500 - 45y - 45z = 1500$ A

E poi, dall' ipotesi, ancora $xy = 750$, e però $y = \frac{750}{x}$. Sostituito in A questo valore, sarà $200x - 1500 - 2xz + 4500 - \frac{33750}{x} - 45z = 1500$

Ridotti li termini simili ad un sol termine, e levato il divisore

diviene $200x^2 - 2x^2z + 1500x - 45zx = 33750$. B

E perchè dall' ipotesi è parimenti $x + 10 \times z = 750$, e però $z = \frac{750}{x + 10}$,

sostituito questo valore in B, si avrà

$$200x^2 - \frac{1500x^2 - 33750x}{x + 10} + 1500x = 33750$$

E levato il divisore composto $x + 10$,

$$200x^3 + 2000x^2 + 1500x^2 + 15000x - 1500x^2 - 33750x = 33750x + 337500$$

Così riducendo i termini simili ad un sol termine, e ordinando l'equaz.e

$$200x^3 + 2000x^2 - 52500x - 337500 = 0$$

Dividendo per 200, coefficiente della massima incognita, ed abbas

sarà

sati i termini frazionarj, risulta

$$x^3 + 10x^2 - \frac{525x}{2} - \frac{3375}{2} = 0$$

equazione cubica, la quale risolta dà prima quanto dee ricevere ciascun individuo della prima classe, e da questo quanto ciascuno delle due classi rimanenti.

Dall'equazione poi $y = \frac{750}{x}$ contrassegnata si avrà il numero degl'individui componenti la prima classe, e dall'equazione $z = \frac{750}{x+10}$ si determineranno gl'individui, da cui consta la seconda classe, e finalmente con la sostituzione del valore di queste nell'espressione $100 - y - z$ si avranno gl'individui della terza classe.

Mi sono assicurato con certezza fisica della costruzione, acciò V. Riveritiss. non abbia a dar la fatica sulla risoluzione istantaneamente; ma se qualche caso la ritardasse, mi troverà sempre disposto coll'animo almeno a suggerirle i nostri termini e dal [illegible] mi reputi quale, pregiandomi, mi rassegno

Da [illegible] 16 7bre 1800

Di V. Riveritissima

P. S. La prego de' miei rispettosi complimenti [illegible] della sig.ra Madre, del sig.r Girolamo e [illegible] l'occasione del sig.r Germano Bilosio, etc.

Dev.mo Obb.mo Ser.e

P. Gio. Batta [illegible]

Riveritissimo Signore

Date	si ha	FORMULE
u, d, n	p	$p = u - dn + d$
u, n, s		$p = \frac{2s}{n} - u$
u, d, s		$p = \frac{d}{2} + \sqrt{-2ds + \frac{d^2}{4} + ud + u^2}$
d, n, s		$p = \frac{s}{n} - \frac{dn - d}{2}$
a, d, n	u	$u = p + dn - d$
a, n, s		$u = \frac{2s}{n} - p$
a, d, s		$u = -\frac{d}{2} + \sqrt{2ds + \frac{d^2}{4} - pd + p^2}$
d, n, s		$u = \frac{s}{n} + \frac{dn - d}{2}$
p, u, n	d	$d = \frac{u - p}{n - 1}$
p, n, s		$d = \frac{2s - 2pn}{nn - n}$
p, u, s		$d = \frac{uu - pp}{2s - p - u}$
u, n, s		$d = \frac{2un - 2s}{nn - n}$
a, u, d	n	$n = \frac{u - p}{d} + 1$
a, u, s		$n = \frac{2s}{p + u}$
a, d, s		$n = \frac{1}{2} - \frac{p}{d} + \sqrt{\frac{2s}{d} + \frac{1}{4} - \frac{p}{d} + \frac{p^2}{d^2}}$
u, d, s		$n = \frac{1}{2} + \frac{u}{d} + \sqrt{-\frac{2s}{d} + \frac{1}{4} + \frac{u}{d} + \frac{u^2}{d^2}}$
p, u, n	s	$s = \frac{pn + un}{2}$
p, d, n		$s = pn + \frac{dnn - dn}{2}$
p, d, u		$s = \frac{p + u}{2} + \frac{uu - pp}{2d}$
u, d, n		$s = un - \frac{dnn - dn}{2}$

Nota. La lettera p esprime il primo termine, u l'ultimo, d la differenza, s la somma, ed n il numero de' termini.

Riveritissimo Signore

Riveritissimo Signore

Amminaro li 14 Agosto 1804.

Mi riuscì di sommo gradimento la di Lei Preggiatissima, in cui ravviso il generosissimo compatimento e della Gentilissima Famiglia, non che dei carissimi Sig.ri Lett. Perucchi, a cui gradirei rendere i miei più umili complimenti.

Veniamo ora alla nostra formula $\frac{b^x c}{a^x} = d$

Essa applicati i Logaritmi si trasforma in quest'altra

$$Lb \times x + Lc - La \times x = Ld.$$

Separando, e dividendo da una, e dall'altra parte per i coefficienti di x.

Risulta $$x = \frac{Ld - Lc}{Lb - La}$$

Applichiamo adesso questa formula universale ad un problema particolare: Dato un capitale 10840 al censo del 6 per 100 all'anno: si cerca in quanto tempo con i suoi frutti, e frutti di frutti avrà un aumento 49650, cioè diverrà 60490

Posto 60490 = d, 10840 = c, 100 = a, 106 = b (imperocchè 100 in fine del 1mo anno diviene 106), ~~si avrà~~ il tempo cercato = x si avrà $$x = \frac{L\,60490 - L\,10840}{L\,106 - L\,100}$$

Qui ottenuti i logaritmi di questi numeri e fatta la sottrazione, dividerai un residuo per l'altro, il quoto sarà il tempo cercato; avvertendo che devono riuscire anni $29\frac{127832}{253059}$

Secondo metodo

Con altro metodo più spedito, ma più difficile forse, si può, dato il capitale, la ragione del frutto, e l'aumento del frutto sopra il capitale, determinare il tempo, come segue.

Sia il capitale = c la ragione del frutto 1 : r, si cerca il tempo x, in cui diverrà mc.

Poichè cresce il capitale c come 1 . r ~~sarà~~ diverrà in fine del 1mo anno = rc (ottenuta l'analogia 1 : r :: c . x,

In fine del 2do $= r^2 c$ (quarto propo.le dopo $1 : r :: rc$)
In fine del terzo $= r^3 c$. Dunq.e nell'anno x, si avrà $r^x c$
Ma dee uguagliare mc pel ipotesi; dunq.e $r^x c = mc$.
E dividendo per c, risulta $r^x = m$
E applicati i Logaritmi $Lr \times x = Lm$
E dividendo per Lr, coefficiente dell'incognita, si trova $x = \frac{Lm}{Lr}$

Applichiamo questa formula alla risoluzione della questione precedente, ove è da osservare che nell'espressione mc la quantità m si moltiplica nel dato capitale $c = 10840$. e poichè (nel caso nostro) $mc = 60490$ cioè $10840\,m = 60490$, dividendo per 10840, si trova $m = \frac{60490}{10840}$ $= \frac{6049}{1084}$. Il $r = \frac{106}{100}$; imperocchè la ragione $1 : r = \frac{1}{1} : \frac{106}{100}$, ovvero $1 : r = 100 : 106$

Dunque $x = \frac{L\,6049 - L\,1084}{L\,106 - L\,100}$

Sostituiti i rispettivi Logaritmi in vece de' rispettivi numeri si troverà la medesima conclusione, che nella precedente.

Scolio. Quando in simili problemi si cerca il tempo in cui il dato capitale col dato pro diverrà doppio, triplo, ecc. la prima formula $\frac{b^x c}{a^x} = d$ si trasforma in questa $\frac{b^x c}{a^x} = 2c$ trattandosi del doppio, in $\frac{b^x c}{a^x} = 3c$ pel triplo, ecc. e dividendo per c si ha nel primo caso $\frac{b^x}{a^x} = 2$, nell'altro $\frac{b^x}{a^x} = 3$, applicati i Log. nel caso primo diviene $x = \frac{L2}{Lb - La}$, nel secondo $x = \frac{L3}{Lb - La}$. La seconda formula $r^x = m$, diviene per il doppio $r^x = 2$, pel triplo $r^x = 3$, ecc. e applicati i Log. si ha nel primo caso $x = \frac{L2}{Lr}$, nell'altro $x = \frac{L3}{Lr}$. Però se la ragione del frutto è come 100 a 106, per il doppio sarà il tempo $x = \frac{L2}{L106 - L100}$, pel triplo $x = \frac{L3}{L106 - L100}$. d'onde si vede che i tempi sono come i Logaritmi degli esponenti. E ciò comune a qualunque capitale, e basta sia data la ragione del frutto. Così il prefato capitale 10840 si raddoppierà, triplicarà ecc. nel tempo medesimo che qualunque altro capitale, posto però il frutto nella medesima ragione, com'è manifesto dalle cose precedenti.

Simili problemi, come i seguenti appartengono all'Analisi sublime tuttavia poichè sono de' più ovvj e facil.te si risolvono coll'uso de' Log.mi

Reverendissimo Signore

sogliono gli Algebristi proporli in fine dell'Algebra elementare, onde disporre i provetti all'uso de' Log.mi

Problema III.

Dato il cap.le, e il frutto col frutto di frutto di un dato tempo, trovare la ragione dell'aumento, e del frutto.

Sia il cap.le $= a$; il tempo n, il cap.le cogl'interessi di questo tempo c, e la ragione dell'aumento cercata $m : x$

Risoluz.e

Diverrà il il cap.le in fine del anno 1. $= \frac{ax}{m}$, quarto proporzionale dopo li tre $m : x :: a$

in fine del 2do $= \frac{ax^2}{m^2}$, quarto prop.le dopo $m : x :: \frac{ax}{m}$

in fine del 3zo $= \frac{ax^3}{m^3}$

Laonde in fine degl'anni n diverrà $\frac{ax^n}{m^n}$.

Ma per ipotesi in questo tempo dee uguagliare c.

Dunque $\frac{ax^n}{m^n} = c$. E applicati i Logaritmi

$$La + Lx.n - Lm.n = Lc$$

Cioè separando $nLx = Lc + Lm \times n - La$

E dividendo $Lx = \frac{Lc + Lm \times n - La}{n}$

Si applichi ora questa formula universale alla seguente questione.

Sia il cap.le 1000, il frutto col frutto di frutto 464.1 il tempo 4; si cerca quanto fu il censo annuo di 100 cioè la ragione dell'aumento, e quindi del frutto.

Fatto $1000 = a$, il tempo di anni $4 = n$, il cap.le insieme col pro. cioè $1464.1 = c$, $100 = m$, sarà la ragione cercata $m : x$, cioè $100 . x$, di cui bisogna trovare il conseguente x sostituiti i numeri nella prescritta formula avremo

$$Lx = \frac{L1464.1 + L100 \times 4 - L1000}{4}$$

Quindi sostituiti i Logaritmi si avrà il Logaritmo di x, il cui numero corrispondente sarà il cercato. Avvertendo che dee risultare $= 110$, onde la ragione dell'aumento sarà come 100 a 110, (ovvero 10 a 11) e il censo annuo di 100 sarà 10.

Secondo Metodo

Sia a il Cap.le il tempo n, il frutto di questo tempo b, a+b = ma, e la ragione dell'aumento cercata 1 : x

Risoluzione

Diverrà il Cap.le in fine del 1mo anno = ax, quarto proporz.le dopo 1 : x :: a.

in fine del 2do = ax^2, quarto prop.le dopo 1 : x :: ax :

in fine del 3zo = ax^3

Laonde in fine degli anni n, = ax^n

ma dee divenir uguale ad a + b, ovvero = ma

Dunque $ax^n = ma$

E divid.o $x^n = m$.

Applicati i logaritmi, $n\,L\,x = L\,m$

E dividendo $L\,x = \frac{L\,m}{n}$

Applicata questa formula alla risoluz.e della questione preced.te sarà

$$L\,x = \frac{L\,14641 - L\,10000}{4}$$

imperocchè il valore di $m = \frac{14641}{10000}$. Si osservi il secondo metodo del Prob. II. Troverà il med.mo risultato, notando che divisi ambi i Log di questi numeri per 4. converrà trovare i numeri ad essi corrispondenti, e con li medesimi formare una ragione geometrica. che sarà uguale alla ragione di 1 : x

Se qualche difficoltà la trattenesse gradirei ragguagliarmi, che non comprendendo [illegible] in iscritto, mi ingegno [illegible] farò una scappata colà [illegible] verso la 2da settimana del vent.o settembre dove vi tratterò alquanti giorni. frattanto mi do l'onore di raffermarmi

Di V. S. Ill.ma

Dev.mo S.re [illegible]

[illegible] Batta Mozzi.

Reverendissimo Signore

Ecco finalmente la soluzione di alcuni miei problemi, e imprima essendo l'applicazione alla ricerca del già misto interno il vaso d'acqua, relativamente al corpo umano, cioè com'esso in ciascun giorno soggiace a continue vicende, e mutazioni nella sostanza. Si fa come segue.

1 Consta da chiarissime esperienze, che di 8 libre di cibo, che ogni giorno ciascuno prende, la cinquantesima parte circa si converte in sostanza del corpo. Presa dunque $\frac{1}{50}$ parte di 8 libre, si avranno $\frac{8}{50}$ ovvero $\frac{4}{25}$ libre, trammutando per 32, semioncie $5\frac{3}{25}$, che ogni giorno si aggiungono al corpo; però nel decorso d'un anno vi si aggiungono libre $58\frac{1}{5}$, ch'è più della terza parte di tutto il corpo, altrettanto dunque dee trasmettere dalla sostanza del nostro individuo, altrimenti crescerebbe in una mole d'enorme grandezza. Ora, se la perdita si facesse in modo, che prima la più vecchia sostanza, indi la più recente ne svanisse, è manifesto, che in capo a tre anni non ci resterebbe alcun vestigio della vecchia sostanza, venendo questa rimpiazzata d'altrettanta del tutto nuova, e così in un triennio diverebbe l'uomo tutto diverso da quello ch'egli era, il che è assurdo, osservando noi sempre le stesse vestigi della prima indole, e proprietà. È necessario dunque che tanto le più vecchie quanto le recenti particelle traspirino insieme, e proporzionalmente, cioè in ragione dell'una, e dell'altra quantità, e così non formeranno tutte le prime esser esauste, quand'anche l'uomo per mille anni campasse. Poniamo in chiaro la cosa con un esempio.

Si ha un vaso pieno d'acqua, capace di 150 libre, ovvero di semioncie 4800. Da cui si estraggano semioncie $5\frac{3}{25}$, e si rifondano in vece altrettante semioncie di vino puro. Nel susseguente giorno da questo misto sen'estraggano di nuovo semioncie $5\frac{3}{25}$, e si sostituiscano poi semioncie $5\frac{3}{25}$ di vino puro, e così consecutivamente ogni giorno per un anno intero. Si cerca quant'acqua e quanto vino sarà nel vaso in capo all'anno?

Noi abbiamo già risolto il problema, e trovato semioncie $3251\frac{1}{5}$ d'acqua, e semioncie $1548\frac{4}{5}$ di vino. Si applichi l'esempio al caso presente. Le libre 150 d'acqua pura rappresentino la materia da cui consta il corpo, le semioncie $5\frac{3}{25}$ di vino puro riferiscano la nuova materia ogni giorno al nostro corpo aggiunta, sarà la vecchia sostanza in capo all'anno semioncie $3251\frac{1}{5}$ ovvero libre 101 semion. $19\frac{1}{5}$, e la nuova libre 48 semioncie $12\frac{4}{5}$. In capo dunque all'anno perde l'uomo della vecchia sua sostanza quasi la terza parte, altrettanto di nuova ricevendone, ed esteso il calcolo, si trova che in capo ad un decennio gli resta della vecchia sua sostanza la sola parte una quarantesima.

Si

Si è provato sopra che tanto è verisimile, quanto le succedenti particelle corporee svaniscono insieme, e proporzionatamente. Benchè sia certo che la mutazione delle particelle ossee è molto più lenta che quella delle parti fluide. Ma siccome ne sia, dalle cose dette è manifesto, che nel nostro corpo segue una mutazione velocissima, ed a continue vicende vanno soggette le parti più dure altresì del nostro individuo: e in fatto non si dà nel corpo animale veruno osso sì sodo, e compatto, che alimento non riceva, e perciò non mutisi, e perda una parte di se stesso, e una nuova ne ricuperi. E ciò basti circa le vicende e catastrofe del corpo animale.

Prima di passare alla risoluzione di altri problemi coll'uso de' logaritmi premetto una breve annotazione, la quale, se non fosse, aggiungerà in [illegible] le prescritte regole logaritmiche; l'annotazione è questa.

Se nella risoluzione di qualche problema risulta in fine un logaritmo minore del logaritmo di 1000 per avere esatto il numero corrispondente che si cerca, si dovrà prendere la somma del detto logaritmo, e del logaritmo di qualche altro numero, in modo però che questa somma sia maggiore del logaritmo di 1000, e non ecceda nel tempo stesso quello di 10000. Si noti il numero che corrisponde al logaritmo aggiunto, e si trovi anche il numero corrispondente alla detta somma, dividasi il maggiore di questi numeri pel minore, e si avrà esatto il numero che si cerca. La ragione dipende dalla costruzione dei logaritmi, dove si può osservare che le differenze dei logaritmi tra 1000, e 10000 crescono meno inegualmente che nel principio.

Quindi ne dipende l'inesattezza del problema simile al precedente ultimamente risolto, cioè dato un doglio capace di 10 Boccali di vino, si cerca estraendo per 4 giorni un Boccale di vino, e rifondendo ogni giorno altrettanto di acqua, quanto vino sarà nell'ultimo termine?

Risolvendolo senza i logaritmi si trova vino Boccali 6.561, applicati i logaritmi con tutta la formula si avrebbe il numero che corrisponde al logaritmo 0.8169700, il quale non si trova esatto per aver egli una caratteristica minore del logaritmo di 1000, gli aggiungo dunque, per l'annotaz.e preced.te il logaritmo di qualche altro numero, per esempio 3.0000000 logaritmo di 1000, sarà la somma 3.8169700. Trovo il numero corrispondente, il quale è 6561: lo divido per 1000, e risulta 6.561 pel numero cercato, del tutto uguale al precedente determinato senza i logaritmi.

Ciò avvertito passiamo alla risoluzione di altri problemi, in cui sarà frequente l'uso della prefata Annotazione.

Problema I. Sieno 100000 abitanti in una Provincia, in cui la popolazione vi aumenti ogni anno di $\frac{2}{30}$; si cerca qual sarà il numero degli abitanti alla fine d'un secolo, cioè dopo 100 anni?

Dato l'annuo accrescimento $\frac{1}{30}$ è data altresì la ragione della serie, se addo

Ste.

stesso aggiungasi l'unità, ed a questa si paragoni, onde abbiasi $1 : 1+\frac{1}{30}$ ovvero $1 : \frac{31}{30}$, cioè $30 : 31$. La popolazione dunque si aumenta ogni anno come $30 . 31$.

Ma data la ragione di una serie è ancora dato l'esponente, cioè $\frac{31}{30}$, e dato il termine primo 100000 coll'esponente può dei casi trovarsi qualunque termine della Geometrica serie, pel Probl. 2. delle serie Geometriche.

Posto dunque il primo term. $100000 = a$, l'esponente $\frac{31}{30} = b$, $100 = m-1$, avremo la formula $a\,b^{m-1} = x$, numero cercato, nel caso nostro $100000 \times \frac{31}{30})^{100} = x$ (poichè la serie col primo term. consta da 101 termini), e sostituiti i logaritmi $L\,100000 + 100 \times L\,\frac{31}{30} = L\,x$, ed essendo log. di $100000 = 5.0000000$, log di $100 = 2.0000000$, e Log. di $\frac{31}{30} = 1.4913617 - 1.4771212 = 0.0142405$, dunque $100 \times L\,\frac{31}{30} = 100 \times 0.0142405 = 1.4240500$, e però $L\,x = 6.4240500$, ed $x = 2654911$ sarebbero dunque in capo a 100 anni 2654911 abitanti in questa Provincia.

Nota crescendo il log 0.0142405 moltip.to in 100 per due cifre senza diversi nella caratteristica vi sarebbero state necessarie tavole di 9. 10 decimali. Con quella che io qui adoperato risulta l'errore di 37 abitanti in più. Per altro non vi è verun errore di metodo.

<u>Problema</u> II. Essendo stata la Terra dopo il Diluvio ripopolata dai tre figli di Noè, e delle loro tre mogli, si cerca in qual proporzione avrebbe dovuto crescere ogni anno la popolazione, perchè vi fosse un milione d'uomini in capo a 200 anni.

Sia $\frac{1}{x}$ l'accrescimento annuo dunque la ragione $1 : \frac{1+x}{x}$ cioè $x : 1+x$, e onde l'esponente della serie $\frac{1+x}{x}$: dunque l'equazione $6 \times \left(\frac{1+x}{x}\right)^{200} = 1000000$ (il n.° 6 esprime i tre figli di Noè con le loro tre mogli), ovvero posto $6 = a$, $200 = m-1$; $1000000 = b$, sarà $a\left(\frac{1+x}{x}\right)^{m-1} = b$.

Dividendo per a coeffic.te dell'espon.te incognito, si ha $\left(\frac{1+x}{x}\right)^{m-1} = \frac{b}{a}$, ed estraendo d'una parte e dall'altra la radice $m-1$, nel caso nostro la radice ducentesima risulta $\frac{1+x}{x} = \sqrt[m-1]{\frac{b}{a}}$, ovvero $\frac{1+x}{x} = \left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{1}{m-1}}$, cioè $\frac{1+x}{x} = \left(\frac{1000000}{6}\right)^{\frac{1}{200}}$;

e applicati i logaritmi, $L\,\frac{1+x}{x} = \frac{1}{200} \cdot L\,\frac{1000000}{6} = \frac{1}{200} \times 5.2218487 = 0.0261092$

Bisogna trovare il n.° corrisp.te; ma perchè la caratteristica di 0.0261092 è minore del logaritmo di 1000, se gli aggiunga per la mia Annotaz.e il log di qualche altro n.° ex. gr. di 1000, e si avrà 3.0261092, a cui corrisponda il n.° $1061\frac{3938}{4092}$, ovvero per decimale 1061962, il quale diviso per 1000 n.° del logaritmo aggiunto, diviene 1.061962 ovvero $\frac{1061962}{1000000}$. Questo è l'esponente della serie uguale ad $\frac{1+x}{x}$, onde la ragione $1 : \frac{1061960}{1000000}$, cioè $1000000 : 1061962$, crebbe dunque come 1000000 a 1061962 ~~ovvero come 61000 a 26549~~ 0.061962

Se dividasi poi ~~26549~~ 1061962 per ~~61000~~ 1000000, il residuo sarà l'annuo accrescimento, cioè $\frac{1549}{25000}$ sarà l'aumento annuo prossimamente uguale ai $\frac{1}{16}$, cioè ad $\frac{1}{x}$.

<u>Problema</u> III. Si cerca la quantità per cui dovrebbe crescere ogni anno un popolo, per diventare alla fine di ciascun secolo più numeroso del doppio.

Sia

Sia a il numero degl individui, $\frac{1}{x}$ la quantità che si cerca, $100 = m-1$, avremo in fine di ciascun secolo $a\cdot\left(\frac{1+x}{x}\right)^{m-1} = 2a$, per la ragione del probl. precede. Dividendo dunque per a, risulta $\left(\frac{1+x}{x}\right)^{m-1} = 2$, ed estratta la radice $\frac{1+x}{x} = \sqrt[m-1]{2}$ ovvero $= 2^{\frac{1}{100}}$

Applicati i log. si ha $L\,\frac{1+x}{x} = \frac{1}{100}\times L\,2 = \frac{1}{100}\times 0.3010300 = 0.0030103$

Poichè questo log.° è minore del log di 1000, aggiungasi il log di qualche altro n.° ex. gr. di 9930 che è 3.9969492, si avrà 3.9999595, a cui corrisponde il numero $9999\frac{22}{434}$, il quale diviso 9930, num.° del log aggiunto, si ha $\frac{4339595}{4309620}$, cioè per decimali 1.0069554, cioè $\frac{10069554}{10000000}$. Questo è l'esponente uguale ad $\frac{1+x}{x}$. Se dividasi il numerat.e pel denom.re la frazione residua $\frac{69554}{1000000}$ sarà l'accrescimento annuo, che si riduce a $\frac{1}{144} = \frac{1}{x}$, inferendo: siccome 69554 ad 1, così 1000000 al quarto che è 144, trascurata la frazione residua. Si conchiude dunque che qualunque popolazione espressa per $\underline{a}$ dovrà per ogni epoca secolare aumentarsi di 144 individui circa per divenire più numerosa il doppio.

<u>Problema</u> IV. Supposto che una popolazione si aumenti ogni anno della centesima parte. Quanti anni si ricercheranno, perchè questo numero divenga decuplo?

Essendo $\frac{1}{100}$ l'annuo accrescimento, sarà l'esponente della serie $\frac{101}{100}$, di cui il primo termine è la popolaz.e med.ma che chiamaremo a, e il n.° degl anni, cioè dei termini della serie x, perchè poi dee divenir decuplo, l'ultimo sarà $10a$; donde pel probl. 4. della serie geom.ca, si avrà l'equaz.e $a\cdot\left(\frac{101}{100}\right)^x = 10a$. Dividendo per a, diviene $\left(\frac{101}{100}\right)^x = 10$.

Applicati i log. $L\,\frac{101}{100}\times x = L\,10$, e dividendo pel coeffic.te $L\,\frac{101}{100}$, diviene $x = L\,10 : L\,\frac{101}{100}$; ma $L\,\frac{101}{100} = L\,101 - L\,100$. Dunque $x = \frac{L\,10}{L\,101 - L\,100} = \frac{10000000}{43214} = 231$. Il numero dunque degl individui diverrà decuplo ad ogni ciascun epoca di 231 anni.

Intesi questi problemi potrà V.S. risolverne degli altri simili per se stesso, ma dove imbattesse in qualche difficoltà, favorirà ragguagliarmi. Frattanto supponendo e vivendola in buona salute, mi do l'onore di rinovarle i miei più devoti ossequi unitamente alla rispettabilissima famiglia e mi protesto

Di V.S. Riveritissima

[illegible] 1 Dicembre
1804

[illegible]
[illegible] Batta. [illegible]

Riveritissimo Signore.

D'Ammaro 25 Agosto 1804

Nella di Lei preggiatiss.^ma^ in data 14 Agosto riscontro in prima l'espressione $\frac{0.3010300}{253059}$, la qual equivale a questa $\frac{3010300}{253059}$ imperocchè, in qualunque frazione i zeri verso sinistra si trascurano, com'Ella pure ha fatto nel denominatore. Ridotta questa divisione o sia frazione spuria all'intiero, risultano anni 11. e $\frac{226652}{253059}$ rotto di anno, da cui possono cavarsi i mesi, giorni, ecc. Adunque il dato capitale al 6 per % si raddoppia in anni 11 $\frac{226652}{253059}$, e nel medesimo tempo si duplica qualunque altro capitale 10840 al medesimo pro di 6. per %: poichè, giusto la formula, si dee nello stesso modo dividere il Logaritmo di 2. pel Log. di 106 meno il Log. di 100. e poi il dato pro sia maggiore di 6. il tempo diverrà minore, e viceversa. così stabilito il pro 10. troverà che qualunque capit. si raddoppia in anni 7, con una certa frazione; poichè crescendo il pro il capit. si duplica, si triplica in minor tempo, e viceversa.

Rapporto all'altra espressione ridotta dal Probl. 3. Ella sbaglia nel Logaritmo del primo numero 14641, il qual è 4.165 5707, non 4.165 5411. imperocchè separata col punto una nota, diviene 1464.1. Ora, il Logaritmo di 1464 è 3.1655411, il Log. del prossim.^te^ maggiore = 3.1658376

e

e sottratto quello da questo, si ha la differenza 2965, che
tanto cresce il n.° pross.te maggiore pel unità. Ora per la
frazione decimale .1 s'istituisca quest'analogia 1 : 2965
:: .1 : Il quarto termine proporzionale sarà 2965, cioè
soppressa una nota per la decimale, 296, che aggiunto
a 3.1655411. log. di 1464 risulta 3.1655707, e aggiunta
l'unità alla caratteristica per la cifra separata come de
cimale. 4.1655707, il che sostituito nella data espressio
ne $Lx = \frac{L\,4.1655411 - L\,4.0000000}{4}$. Diviene

$x = \frac{4.1655707 - 4.0000000}{4}$, cioè $x = 1.0413927 -$
1.0000000, a cui corrispondono i numeri 11 e 10, e
trammutata la ragione aritmetica in ragione Geometrica
$\frac{11}{10} = x$. Cresce dunque il capitale nella ragione di
10 : 11, ch'è la ragione dell'aumento. Per avere poi
la ragione del frutto basta inferire: siccome 10 ad 11, così
100 al quarto proporzionale, che sarà 110, e perciò si vede
che il pro accordato per ogni 100 è 10.

Non le aggiungo altri problemi in quest'incontro per esser
questi alquanto più difficili, e per esser imminente la mia
partenza per la Regia, dove mi trattengo per quattro giorni
al più. Frattanto mi do l'onore di rinovarle i miei devoti oss.qj
unitam.te alla Sig.ra madre e Sig.r fratello. mi creda, e reputi

Di V.S. Riveritissima Dev.mo Obb.mo Ser.re
G. G. Batta Monaj.

Riveritissimo Signore

Giusto il concertato, trasmetto a V. S. Riveritiss.ma tre Capitoli dell' Aritmetica: il primo sulle Società civili, il secondo sulle Società rurali, il terzo su i Baratti, che trovando qualche difficoltà graziera indicarmela. Per evitare la confusione nel leggere i Quesiti, osserverà l'ordine del numero ne' due fogli inclusi dal 1. fino all' 8. Frattanto anderò apprestando i due Capitoli rimanenti sugli affitti, e sulle regole di Mistione, con li Problemi di Diofanto in fine. Lusingandomi che V. S. stia bene, la prego a continuarmi la sua grazia, e compatimento, e rassegnandole i miei più umili complimenti, unitamente alla Sig.ra Madre, ed al Sig.r Girolamo, mi do l'onore di dichiararmi

Di V. S. Riveritissima

Dal Seminaro li 15 Luglio 1805

P.S. Ho portato i graditi loro complimenti in Cà Zinelli, e sono tutti di ottimo umore -

Dev.mo Obb.mo Servid.re
P. Gio: Batta. Bonaj.

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

Problema I.

Legger numeri

2 4 3,8 7 2,9 1 2,3 4 5,6 7 8

4 3 8,5 0 9,2 3 4,1 0 0,0 0 0,0 0 0,0 0 0

2 0,4 0 0,3 0 0,0 7 0,0 0 0,6 0 0,0 0 0,4 0 0,0 0 0

Problema II.

Aggiunger numeri.

Esempi

I.

Da	342
	136
Somma	478

II.

	5439
	765
	87
Som	6291

III.

5432
794
7002
37
13265

Probl. III.

Sottrar numeri.

Esempi

I.

Da	2467
Sottrarre	232
Differenza	2235

II.

Da	42628
Sottr.	5989
Differ.	36639

Esempi di Addizzione colla prova della Sottrazione

A	2469
B	783
Somma	3252
B	783
Torna	2469

	54068
	950
	1243
Som. I	56261
Som. II	2193
Torna	54068

Problema IV.

Moltiplicar numeri:

Esempi

Caso I. per una figura

3 6 × 6 5	Moltiplicando	264		876	3 0 × 0 0
	Moltiplicante	5		9	
	Prodotto	1320	Prod.°	7884	

Caso II per due, o più figure

	Mol.do	376		3428	
	Mol.te	54		256	
7 0 × 0 0	Prod.° I.	1504	I.	20568	8 5 × 5 4
	Prod.° II	1880	II.	17140	
			III.	6856	
	Prodotto intero	20304	Prod.°	877568	

Problema V

Partire, ossia divider numeri

Caso I. per una figura

Dividendo	468	Divid.°	5793
Divisore	3	Div.re	5
Quoziente	156	Quoto	1158 $\frac{3}{5}$
Divid.°	3426	Divid.°	4609
Div.re	8	Div.e	9
Quoto	429 $\frac{3}{8}$	Quoto	512 $\frac{1}{9}$

Caso II. per due, o più figure

Divid.o 24.306 — Quoto $1056\frac{18}{23}$

Div.e 23

130

115

156

138

18

Divid.o 500.468 — Quoto $795\frac{413}{629}$

Div.e 629

4403

6016

5661

3558

3145

413

Probl. VI:

Estrarre la radice quadrata

Nota. Quadrato, è il prodotto d'una quantità moltiplicata in se stessa. così 5 moltiplicato in 5 dà il quadto 25, similmente 12 moltipto in se dà il quadto 144. &c

In ogni quadrato ci sono tre elementi, cioè

I. quadrato del imo no radicale

II. il doppio prodotto del imo numo moltip.. nel 2do.

III. il quadrato del secondo.

Ora sia il no 144. da cui si debba estrarre la radice.

Si dividano le figure del no propto a due a due incominciando verso destra, e quante saranno le divisioni, altrettante saranno le figure nella radice.

Operazione

```
Quadrato pr.   144 = 12
               1
              -4          3
               2         3 X 3
               4          3
              -4
               4
               0
```

Altro esempio

```
Quadto propto  1.5'3.7'6' = 124
               1
              -5
               2
               4           7
               13        4 X 4
               4           7
               97
               24
               96
                16
                16
                 0
```

Altro esempio

Quad.° propto: 9.4 2.4 9 = 307

```
 9
 - 4 2 4
     6 0        1
   4 2 0       1X1
   - - 4 9      1
       4 9
```

Altro

Quad.° pp.to: 5.3 5.4 5.9 6 = 2314

```
 4
 1 3
   4            1
 1 2           1X1
   1 5          1
     9
   6 4
   4 6
   1 8 5
       1
   1 8 4 9
     4 6 2
   1 8 4 8
       - - 1 6
           1 6
             0
```

Altro

Quad.to pp.to: 3 2.0 5.4 3 = 366

```
        2 5
          7 0                    366
   8      1 0                    366
  8X8     6 0                   3396
   8      1 0 5                 3396
            3 6                 2830
          6 9 4                  1 8
          1 1 2               | 320543
          6 7 2
            2 2 3
              3 6
            1 5 7
```

In pratica, per compendio, si depone il re-
sto una classe dopo l'altra, ma allora la
radice che trovasi dividendo si aggiunge an-
al divisore, indi si moltiplica la detta cifra
radicale nel n.° constante dal divisore e dalla
stessa cifra radicale. Ecco due esempi

```
          2.43.86 = 156  |   70.43.65 = 839
          1              |   64
          143            |   -643
           25            |    163
   3      125            |    489           2
 5 X 5    -1886          |   15465        7 X 7
   3        306          |    1669          2
          1836           |   15021
          --50           |   --444
```

Problema VII.

Estrarre la radice cubica

Nota. In qualunque cubo sono quattro elementi

I. il ~~triplo quadrat~~ cubo della ima cifra radicale.

II. il triplo prodotto della prima quadrata nella,
seconda semplice

III. il triplo prodotto della prima semplice nel
la seconda quadrata

IV. il cubo della seconda

Per conoscer poi la specie della radice si divideranno le figure a tre a tre, e quante saranno le divisioni, altrettante figure conterrà la radice.

Si genera poi un cubo se qualunque numero preso per radice si quadri, e il quadrato di nuovo si moltiplichi nella stessa radice.

Cubo proposto 32.768 (Radice 32

```
32.768  ( Radice
27        32
-57
 27
 54
  36
  36
   -8
    8
```

```
 9
 3
27 div.re

 4
 3
12
 3
36
```

Cubo proposto 91.125 (Radice 45

```
91.125  ( Radice
64        45
271
 48
240
 312
 300
   125
   125
   - - 0
```

```
 16
  3
 48 div.

 25
  3
 75
  4
300
```

Cubo perfetto 1.740.992.427 (Radice 1203

1
07
3
6
14
12
20
8
129924
43200
129600
... 3242
3240
... 27
27
0

144
3
432 ore

120
120
14400
3
43200

9
3
27
120
32.40

Ebvon 7
6
6
36

1
6
12
8
129600
3240
27
7

In pratica si può deporre una classe dopo l'altra come segue in esempio

Cubo perfetto 5.243.865 (Radice 173

1
4243
3
Quoto moltip.te ... 7
21
147
343
3913
330865
867
Quoto moltip.te ... 3
2601
459
27
264717
66148

17
17
119
17
289
3
867

49
3
147

49
7
343

27
17
189
27
459

12 | 144
12

Capo. II.

Del calcolo del. frazioni

Poichè le fraz. . . i sono ragioni Geomet i che, premetto la definizione della ragioni, e Proporzioni Geometriche

Ragione, che dicesi anco relaz. . . , ossia rapporto è una . omparazione di due quantità fra loro la quale può essere di diversa specie. Ma se paragonando fra loro due quantità si considera quante volte l'una contiene, o è contenuta dall'altra allora si dice, che consideriamo la ragione Geometrica di queste quantità

Ella si esprime di questa maniera 2 : 3, ovvero $\frac{2}{3}$, e leggesi: due diviso per tre

Il primo 2 dicesi antecedente ossia numeratore, l'altro 3 conseguente ossia denominatore, e li due numeri 2 e 3 insieme termini della ragione.

Due ragioni uguali . i formano una ~~ragio~~ Proporzione Geometrica.

Se l'antecedente è minore del conseguente la frazione è gen. ina, altrimenti si dice spuria

Dalle cose dette si può dedurre che la vera frazione è parte dell'unità

Se i termini di qualunque frazione si moltiplicano, o si dividono per una medesima quantità non si muta il di lei valore

Sia $\frac{2}{3}$, e si moltiplichi ciascun termine per 4, risulta la frazione $\frac{8}{12}$ uguale alla data; e perchè frazioni uguali formano una propor.ne, sarà

2 a 3 come 8 a 12

In ogni proporzione poi il prodotto de gli estremi, è uguale al prodotto de' medj, che servirà di prova

Similmente dividendo ambi i termini della frazione $\frac{12}{16}$ per 4, risulta la frazione $\frac{3}{4}$ di ugual valore

Imperocchè 12 a 16 è come 3 a 4

Problema I.

Dati due numeri 336, 504 trovare la massima loro misura, cioè il massimo comune divisore

Si divida il maggiore pel minore, e senza curare il quoto, si divida il minore

pel residuo primo, indi il residuo primo pel 2do, il 2do pel 3zo, e così procedendo finchè si termine ad un residuo zero, l'ultimo divisore sarà il cercato, come in figura

Operazione I.

$$\begin{array}{r} 504 = 1 \\ \underline{336} \\ \text{r. I.} \quad 168 \end{array}$$

Operaz. II.

$$\begin{array}{r} 336 = 2 \\ 168 \\ \underline{336.} \\ - 0 \end{array}$$

Massima dunque misura comune 168

Altro Esempio

Numeri dati 1344 e 1680

Risoluzione

Operaz.e I.

$$\begin{array}{r} 1680 = 1 \\ \underline{1344} \\ \text{r. I} \ldots 336 \end{array}$$

Operaz.e II.

$$\begin{array}{r} 1344 - 4 \\ 336 \\ \underline{1344.} \\ - 0 \end{array}$$

Annotaz. Se operando giusto il metodo indicato, dopo qualche sottrazione, resta l'unità 1. non occorre proseguir l'operazione. e ciò indica che siffatti numeri non hanno alcun divisor comune, e diconsi tali numeri fra loro primi, a differenza dei dati nelle precedenti operazioni che si chiamano numeri fra loro composti.

Problema II.

Ridurre una frazione a minimi termini, cioè all'espressione più semplice.

Sia la frazione $\frac{336}{504}$

Trovisi il massimo divisore de' numeri 336, 504, il qual'è 168. Diviso dunque l'uno e l'altro termine per 168 si averà la frazione $\frac{2}{3}$ uguale alla data, e ridotta a minimi termini, come si cercava.

Nota. Questa riduzione però, se sono riducibili i dati numeri può farsi in più modi, con maggior compendio, e specialmente in questi casi.

I. Se ambi i termini sono numero pari; imperocchè allora per 2 almeno sono divisibili.

II. Quando la somma delle cifre ~~tutte~~ è multiplice di tre, saranno divisibili per 3

III. Se essendo divisibili per 3 sono numeri pari, saranno divisibili per 6.

IV. Se ambi i termini finis[c]ono in 5, ovvero l'uno in 5, l'altro in zero, saranno ambidue divisibili per 5.

V. Se poi finiscono in puri zeri, potranno

questi levarsi in ugual numero sull'uno, e dall'altro termine, salvo sempre il valore della frattione.

Problema III.

Ridurre un dato numero in frattione spuria di una data denominatione.

Sia 14 da ridursi in frattione, il cui denominatore sia 5.

Si moltiplichi per 5, e si avrà $\frac{70}{5}$

cioè 70 quinte

Sia 23 da ridursi alle duodecime; e si avrà $\frac{276}{12}$

Serve questo metodo per ridurre un tutto nelle sue parti, come i scudi in lire, le lire in soldi, etc.

Problema IV.

Ridurre la frattione spuria all'intero

sia $\frac{276}{12}$.

Si divida il numeratore pel denominatore, e il quoto 13 sarà l'intero cercato.

Serve questo metodo per ridurre le parti al tutto

Problema V.

Ridurre una frattione da una denominatione in altra, salvo il di lei valore

Sia la frattione $\frac{2}{3}$ da ridursi in a[illegible] il cui denominatore sia 12

Si moltiplichi il numeratore 2 per 12, e il prodotto 24 si divida per 3, denominatore della data frattione, e si avrà $\frac{8}{12}$.

Nota. Si fa uso di questo metodo per ridurre una frattione di denominatione strana in altra di denominatione nota, ed usitata. così se abbiasi $\frac{4}{5}$ di lira, poichè la parte quinta della lira non è misura usata, ma la parte ventesima, cioè il soldo, si riduca alle ventesime, e si avranno $\frac{16}{20}$, cioè 16 soldi.

Dicesi questo metodo il trammutare, ovvero insfilzare dei rotti.

Ecco un'altro esempio

Sia $\frac{6}{7}$ di Zecchino di lire 22; si cerca il suo valore

Moltiplico 6 per 22, e il prodotto 132 lo divido per 7, risulta $\frac{18}{22}$ con $\frac{6}{7}$, cioè lire

18 $\frac{6}{7}$ di lira. Di nuovo moltiplico 6 per 20, denominatore usato della lira, e il prodotto 120 lo divido per 7, e risulta $\frac{17}{20}$ e $\frac{1}{7}$, cioè soldi 17 $\frac{1}{7}$. Di nuovo moltiplico 1. per 12, e il prodo. 12 lo divido per 7 e viene $\frac{1}{12}$ con $\frac{5}{7}$, cioè Piccoli 1 e $\frac{5}{7}$; sicchè la data frattione di Zecchino equivale a lire 18 sol. 17 Pic. 1 $\frac{5}{7}$.

Problema VI.

Ridurre due, o più frattioni traslatate ad una sola frattione.

Siano le sopracercate frattioni $\frac{18}{22}$ di Zecchino, $\frac{17}{20}$ di lira, $\frac{1}{12}$ di soldo, e $\frac{5}{7}$ di piccolo, si riducono ad una sola frad. di Zecchino così l'operaz.

$$\frac{18}{22} + \frac{17}{20} \quad \frac{1}{12} \cdot \frac{5}{7} \qquad \frac{360}{\frac{17}{377}}$$

$$\frac{377}{440} + \frac{1}{12}$$

$$\frac{4525}{5280} + \frac{5}{7}$$

Frattio. cercata $\frac{31680}{36960}$ cioè $\frac{6}{7}$ $\qquad \begin{matrix}22176\\22176\end{matrix}$

Spiegattione.

Moltiplico 18 numeratore della prima per 20, denominatore della seconda, e al prodott.

ho 360 aggiungo 17. numeratore della seconda, ed ho ~~377~~ 377 numeratore di una nuova frattione uguale alle due prime, il cui denominatore è 440. prodotto de' denominatori delle dette frattioni.

Con la trovata frattione $\frac{377}{440}$ riduco nello stesso modo la terza, indi la quarta, ed ho $\frac{31680}{36960}$ uguale a $\frac{6}{7}$.

Dicesi questo metodo l'inestare, ovvero l'infilzare dei rotti.

Nota. In simili operattioni la sola ultima frattione può esser espressa in minimi termini. Ma compito l'inestamento, potrà ~~l'operattio~~ la frattione cercata ridursi senza pericolo di errore. così la frattione $\frac{31680}{36960}$ trovata sopra può ridursi a $\frac{6}{7}$.

Problema VII.

Ridurre le frattioni alla medesima denominatione.

I. Si moltiplichi il numeratore di ciascuna nei denominatori delle altre, e si avran

no i numeratori di nuove frattioni equivalenti alle date.

II. Si moltiplichino poi fra loro tutti li denominatori, e si produrrà un comune denominatore. Esempi.

Frattioni date $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{7}$

Ridotte divengono $\frac{14 \quad . \quad 12}{21}$

Frattioni date $\frac{2}{3}$. $\frac{4}{5}$. $\frac{10}{11}$

Ridotte divengono $\frac{110 \quad . \quad 132 \quad . \quad 150}{165}$

frattioni date $\frac{1}{2}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{100}{101}$

Ridotte sono $\frac{5656 \; . \; 9898 \; . \; 11200 \; . \; 6464}{11312}$

Si mette problema di conoscere quale sia la maggiore fra più frattioni [illegible] maggiore e uguale agli altri, imperocchè saranno fra loro, come i loro numeratori dopo fatta la riduzione.

Esercizio XII.

Aggiungere frattioni

Siano $\frac{2}{3}$ e $\frac{4}{5}$. Ridotte, col metodo precedente, divengono $\frac{10 \; . \; 12}{15}$, la cui somma è $\frac{22}{15}$, ove riducendo all'intero, col metodo 3, si ha $1\frac{7}{13}$.

[illegible]

$\frac{297,\ 308,\ 36_}{396}$, la cui somma è $\frac{965}{396}$, cioè ridotto all'intero $2\frac{173}{3_}$.

Annotazione.

Se alle frazioni vanno congiunti interi, si riducano questi in frazioni spurie sottoscritta l'unità, e se hanno annessa qualche frazione si mettino alla stessa frazione, pel probl. 6. Del resto per aggiungerle sarà lo stesso metodo

Siano $3,\ 10\frac{4}{5},\ 20\frac{7}{8}$.

Si faccia $\frac{3}{1},\ \frac{54}{5},\ \frac{167}{8}$

Ridotte poi (pel probl. 7) divengono

$$\frac{120,\ 432,\ 8_}{40}$$

La cui somma è $\frac{1387}{40}$, cioè $34\frac{27}{40}$.

Ma questa somma può anco [illegible] [illegible] mente aggiungendo prima le frazioni, indi gl'interi. Ecco

Addizione delle frazioni

$\frac{4}{5},\ \frac{7}{8}$ divengono $\frac{32,\ 35}{40}$. Somma $\frac{67}{40}$ cioè $1\frac{27}{40}$.

Somma degl'interi 33.

Somma dunque totale, $34\frac{27}{40}$.

Problema IX.

Sottrarre frazioni.

Da $\frac{10}{11}$ sottrarre $\frac{4}{7}$.

Ridotte sono $\frac{70,\ 44}{77}$.

Tolte dunque $\frac{44}{77}$ da $\frac{70}{77}$ sarà la differenza cercata $\frac{26}{77}$.

Altro esempio

Da $\frac{100}{101}$ sottrarre $\frac{23}{200}$

Ridotte sono $\frac{20000,\ 2323}{20200}$

Ora dalla prima sottraendo la seconda sarà la differenza $\frac{17677}{20200}$.

Se alle frazioni vanno uniti interi, si osservi la riduzione precedente, del resto si operi come si è detto. Esempio

Da $24\frac{4}{5}$ sottrarre $7\frac{2}{7}$

cioè da $\frac{124}{5}$ sottr. $\frac{51}{7}$

Ridotte sono $\frac{868,\ 255}{35}$

la cui differenza è $\frac{613}{35}$, cioè $17\frac{18}{35}$

separatamente

sottraggo prima le fraz:

$\frac{4}{5}$ meno $\frac{2}{7}$

Ridotte sono $\frac{28 - 10}{35}$

Differenza $\frac{18}{35}$

Differenza degl' interi 17

Differenza dunque cercata $17 \frac{18}{35}$

Avvertimento.

Ma se la frazione sottraenda non può togliersi dalla minuenda, si aumenti questa pel comun' denominatore, indi fatta la sottrazione all intero da sottrarsi si aggiunga 1

Esempio.

Da $34 \frac{2}{3}$ sottrarre $21 \frac{10}{11}$

sottraggo le frazioni

A: $\frac{2}{3}$. $\frac{10}{11}$

Ridotte sono $\frac{22 \quad 30}{33}$

Aumentando come si è detto

Da $\frac{55}{33}$ sottro $\frac{30}{33}$

E sarà la differenza delle frazioni $\frac{25}{33}$.

Differenza degl' interi aggiunto 1. all' intero da sottrarsi, 12.

Differenza dunque cercata $12 \frac{25}{33}$.

Probl. X.

Moltiplicare frazioni.

Si moltiplichino fra loro tanto li numeratori, quanto li denominatori, e al primo prodotto si sottoscriva il secondo, la frazione quindi risultante sarà il prodotto che si cerca. Esempi

Sia da moltiplicarsi $\frac{2}{3}$ per $\frac{4}{5}$, sarà il prodotto $\frac{8}{15}$.

Sia da moltip. $\frac{10}{11}$ per $\frac{7}{8}$. Prodotto $\frac{70}{88}$, ovvero $\frac{35}{44}$

Sia poi da moltip. $\frac{1}{2}$ per $\frac{2}{3}$ per $\frac{4}{5}$; sarà il prodotto $\frac{8}{30}$, ovvero $\frac{4}{15}$.

Annotazione I

Se alle frazioni vi siano congiunti interi, si osservi l'annotazione del probl. 8. nel rimanente si operi come si è detto. Esempi.

Sia 4 da moltiplicarsi per $\frac{2}{3}$

Cioè $\frac{4}{1}$ per $\frac{2}{3}$. sarà il prodotto $\frac{8}{3}$, cioè $2\frac{2}{3}$

Sia 12 da moltiplic. per $4\frac{2}{3}$

Cioè $\frac{12}{1}$ per $\frac{14}{3}$ Prod.° $\frac{168}{3}$ cioè 56.

Sia poi $20\frac{4}{7}$ da moltip. per $16\frac{10}{11}$

Cioè $\frac{144}{7}$ per $\frac{186}{11}$

744
744
186
26784 Prod.° de' numeratori
77 Prod.° de denomin.ri

Prodotto dunque cercato $\frac{26784}{77}$ cioè 347 $\frac{54}{77}$ $\frac{15}{77}$

231
368
308
654

Annotazione II.

Se agl' interi vanno uniti rotti volgari, si esprimano questi pel loro denominatore, e se abbiansi più rotti, si riducano insieme coll' intero ad una sola frazione, pel probl. 6, indi si opera come sopra.

Sieno Libre 130 on. 9 di merci da valutarsi a ragione di lire 23 sol 16 Den. 6 la libra. Ecco l' espressione Aritmetica

$\frac{30}{1}$: $\frac{3}{4}$ per $\frac{23}{1}$. $\frac{16}{20}$. $\frac{1}{2}$ 23 $\frac{33}{10}$

$\frac{123}{4}$ $\frac{476}{20}$ $\frac{1}{2}$

$\frac{953}{40}$

2859
1906
953

Prodotto $\frac{117219}{160}$ cioè ℔ 732 sol 12 ₰ 4 $\frac{1}{2}$.

160
1120
521
480
419 3 × 3 / $\frac{99}{160}$
320 8
resid. 99
20
1980 = 12
160
resid. 6
12
72 ₰ 4 $\frac{8}{16}$ cioè $\frac{1}{2}$
16

$\frac{12}{20}$ $\frac{4}{12}$ $\frac{1}{2}$
$\frac{148}{240}$ $\frac{1}{}$
$\frac{297}{480}$
$\frac{99}{160}$

Probl. XI.

... 12 ... 30 a ragione di ℔ 24 sol. 15 ... vendendo le ... B.a 40

si avrà 12 $\frac{1}{2}$ per 24 $\frac{3}{4}$

Cioè $\frac{25}{2}$ per $\frac{99}{4}$

49
198

cioè $\frac{2475}{8}$ = ℔ 309 $\frac{3}{8}$ cioè sol. 7 $\frac{1}{2}$

Pezza Botte 12 B.^a 70 $\frac{3}{4}$ a ragione
di [illegible] [illegible] [illegible], [illegible] [illegible] [illegible] parte
za è B.^a 40 $\frac{6}{7}$ in

si osservi la regola di [illegible] nel seguente [illegible]

(2) Prima di tutto B.^a 40 per la botte, cioè B.^a 40 $\frac{6}{7}$ sono $\frac{83}{4}$ per $\frac{280}{7}$, si avrà $\frac{581}{1144}$, cioè B.^a 70 $\frac{3}{4}$ uguagliano $\frac{581}{1144}$ di botte.

ora sarà da moltiplicarsi

Botte 12 $\frac{581}{1144}$ per 22 $\frac{3}{4}$

cioè $\frac{14309}{1144}$ per $\frac{49}{4}$

128781
128781

prod.° 1416591 cioè 309
4576
13728
43791
41184
resid.° 2607
20
52140 11
4576
6380
4576
1804
12 4 209
21648 .66
4576
18304
3344
4576

[illegible]

Ternion II.

Probl. XII.

Partire, ò sia dividere frattioni.

Si moltiplichi reciprocamente il numeratore della dividenda nel denominatore della dividente, e viceversa, e al primo prodotto si sottoscriva il secondo in forma di frattione.

Sia da dividersi $\frac{2}{3}$ per $\frac{7}{8}$ Quoto $\frac{16}{21}$

Sia $\frac{7}{8}$ da div.si per $\frac{2}{3}$ Quoto $\frac{21}{16}$ cioè $1\frac{5}{16}$

Se godono del medesimo denominatore, si sottopone subito un numeratore all'altro, trascurato il comun denominatore.

Così se debba dividersi $\frac{10}{11}$ per $\frac{5}{11}$ sarà il quoto $\frac{10}{5}$ cioè 2 interi

Parimenti a dividere $\frac{36}{40}$ per $\frac{8}{40}$, sarà il quoziente $\frac{36}{8}$, cioè $4\frac{1}{2}$

Annotaz.e

Se alle frattioni vanno uniti interi, si osservi l'annotaz.e del probl. 8.

Sia da dividersi 4 per $\frac{3}{5}$

Quisto la osse. dette sarà da dividersi $\frac{4}{1}$ per $\frac{3}{5}$ e serà il quoto $\frac{20}{3}$, cioè $6\frac{2}{3}$

Sia in secondo luogo da divid.

$4\frac{3}{4}$ per $2\frac{8}{9}$

cioè $\frac{19}{4}$ per $\frac{26}{9}$, sarà il quoto $\frac{171}{104}$ cioè $1\frac{67}{104}$

Sia in terzo luogo da divider

$2\frac{7}{8}$ per $10\frac{4}{7}$.

Cioè $\frac{23}{8}$ per $\frac{74}{7}$, sarà il quoto $\frac{161}{592}$.

Le operazioni che si fanno nelle frazioni si provano all'atto contrario, come si è detto ne' numeri.

Problema. XIII.

Ridurre la frattione di frattione a frattione semplice

Sia la frattione di frattione $\frac{2}{3}$ di $\frac{1}{20}$ si moltiplichino fra loro tanto li numeratori, quanto li denominatori, e al primo prodotto si sottoscriva il secondo, come si è detto al probl. X. Dal che nel caso nostro si avrà $\frac{2}{60}$, ovvero $\frac{1}{30}$ per la frazione semplice cercata.

Lo stesso metodo sarà per ridurre le frattioni di frattioni di frattioni, etc.

Sia $\frac{2}{3}$ di $\frac{1}{20}$ di $\frac{1}{10}$, sarà la frattione semplice $\frac{2}{600}$ ovvero $\frac{1}{300}$

Per computare dunque le frattioni di frattioni si riducano prima a semplici frattioni, indi si operi, come si è detto ne' problemi precedenti.

Problema XIV.

Alzare una frattione al dato grado di potenza.

Sia la frattione $\frac{2}{3}$

che debba esaltarsi alla potenza seconda, quadrando ambi i termini si avrà $\frac{4}{9}$, che è lo stesso che moltiplicare $\frac{2}{3}$ per $\frac{2}{3}$.

Se si cerchi il cubo si moltiplichi $\frac{2}{3}$ in $\frac{2}{3}$ in $\frac{2}{3}$ e si avrà $\frac{8}{27}$.

Se la potenza quarta, si moltiplichi di nuovo $\frac{8}{27}$ per $\frac{2}{3}$, e si avrà $\frac{16}{81}$. etc.

Che se alla frattione va unito qualche intero si riduca, indi si operi come sopra.

Problema XV.

Da una data frazione estrarre la radice.

Sia la frazione $\frac{64}{81}$, di cui si cerchi la radice seconda

e si estragga la propostai radice d'ambidue i termini, e si avrà $\frac{8}{9}$.

Sia $\frac{27}{125}$, di cui dettha estrarsi la radice cubica. Estraendola dall'uno, e dall'altro termine, si avrà $\frac{3}{5}$.

Nota. Che se ambi i termini, o l'uno, o l'altro sia potenza imperfetta, non può estrarsi una radice, se non per la regole d'approssimazione, come a suo luogo si spiegherà

Delle Frattioni Decimali
Capo III.

Diccsi decimale quella frattione, che avendo qualunque numero per numeratore, ha per denominatore l'unità seguità da uno, o più zeri, come $\frac{3}{10}$, $\frac{14}{100}$, $\frac{104}{1000}$, etc.

Ma perchè nelle operattioni che si fanno per le decimali si sopprimono i denominatori, così per conoscere il loro denominatore è stato istituito di aggiungere verso sinistra al numeratore, alquanti zeri, sicchè così di tante figure, quanti zeri contiene il denominatore, prefisso un punto, o virgoletta:

Così $\frac{4}{10}$ uguaglia .4. ovvero 0.4

$\frac{7}{100}$ uguaglia .07. ov.° 0.07

$\frac{14}{1000}$ uguaglia .014. ov.° 0.014

$\frac{106}{100000}$ uguaglia .00106. ov.° 0.00106

Problema I

Ridurre un dato numero in frattione decimale.

Sia il numero 5

se voglia ridursi alle decine, si moltiplichi per 10. cioè si aggiunga un zero, interposto il detto punto, e sarà 5.0

se alle centesime, si moltiplichi per 100, cioè si aggiungano due zeri, e diverrà 5.00, e così procedendo.

Problema II.

Ridurre una frazione volgare in frazione decimale

~~sia da ridursi $\frac{7}{8}$~~

seguengasi un zero al dato numeratore e il risultato si divida pel denominatore, il questo sarà la prima nota decimale, lo stesso si faccia con qualunque residuo, e si avrà la frazione cercata

sia da ridursi $\frac{7}{8}$

Operazione

7 0 (fraz.e decimale .875
8
6 0
4 0

Non qualunque frazione però è esattamente riducibile, il che si conosce, quando

le figure nel quoto tornano col medesi-
ordine, come $\frac{1}{3}$, verrà .3333 ... &c.
ma allora, se n'estraggono due, o tre deci
mali, secondo l'esigenza di una maggiore
o minore esattezza, e aumentando in que-
sto caso, d'un'unità l'ultima nota, se il re
siduo, eccede sensibilm. e la metà del diviso
re, come vedremo in prattica

Problema III.

Ridurre le frazioni decim. alla me
desima denominazione.

Si aggiungano alle frazioni del minor deno=
minatore alquanti zeri verso destra, sicchè tut-
te costino del medesimo numero di figure.

Sieno date le frazioni

.40372 .207 .14 .6

Ridotte divengono

.40372 .20700 .14000 .60000

Problema IV

Aggiungere frazioni decimali.

Si riducano, pel probl. preced.te alla mede-
sima denominazione, indi si aggiungano co

me i numeri, separando le decimali dagl' interi, se pur ne risulterà alcuno, col solito punto

Ovvero, se torna lo st..., si scrivano le decime sotto le decime, le centesime, sotto le centesime, e indi si operi, come si è detto. Esempio

Siano d'aggiungere

.3 .27 .704 .203608

	.3
si scriva	.27
	.704
	.203608
somma	1.477608

Se le frattioni vanno uniti interi, sarà lo stesso metodo.

Problema V.

Sottrarre frattioni decimali

Si operi con la regola del probl. precedente, non essendo altro divario, se in vece d'aggiungere, si sottra un' numero dall' altro

Ecco un' esempio

Da .7B sottrarre .2043

Si scriva .7B
.2043

Differenza .5257

Se all'alle frattioni vanno congiunti interi, sarà la medesima regola. Esempio

Da 34.520 sottrarre 14.83079

Si scriva 34.520
14.83079

Differenza 19.68921

Problema VI.

Moltiplicare frattioni Decimali.

Si moltiplichino fra loro, come gl'interi, premettendo al prodotto il detto punto.

Sia da moltiplicarsi .2104
per .123

6312
4208
2104

Prodotto cercato .025879 2

Si dee poi avvertire che il prodotto costi di altrettante figure quante ne hanno i moltiplicanti insieme.

Se con le frattioni sieno interi, vi ha luogo la medesima regola. Esempio

Moltiplicare	1·1043
per	·124
	44172
	22086
	11043
Prodotto	0·1369332

Altro Esempio

43·75
12·4
17500
8750
4375
542·500

Problema VII.

Dividere frattioni decimali

I. Si riducano prima alla medesima denominatione coll' aggiunta degli occorrenti zeri, giusto il probl. 3.

II. Si divida poi la frattione dividenda per la divid ente, e si noti il quoto

III. Al residuo, seppur ven' ha alcuno, si aggiungano alquanti zeri, onde avere un sufficiente numero di decimali; e le qua

li si scriveranno dopo il punto, cioè si ri-
duca la frattione residua in Decimale giu-
sto la regola del probl. 11.

Esempio

Sia da dividersi · 87 per · 1034

Ridotte a la stessa denominatione, sarà
da dividersi · 8,700 per · 1034, e sarà
il quoto 8.414

Operatione

```
8,7 0 0   ( Quoto
1 0 3 4   ( 8.414
8 2 7 2
  - 4 2 8 0
    1 0 3 4
    4 1 3 6
    - 1 4 4 0
      1 0 3 4
        4 0 6 0
        1 0 3 4
        4 1 3 6
        3 1 0 2
          9 5 8
```

Nota. Intendendo di fermarmi alla terza
decimale ho scritto 4 in vece di 3 per la
ragione addotta al probl. 11.

Se ridotte alla stessa denominatione
il divisore non si contiene nel dividendo,
allora il quoto sarà una frattione da ridursi
in Decimale, come si è detto

Esempio

Sia da dividersi ·2304 per ·76

Ridotte divengono ·2304, e ·7600

Perchè dunque il divisore ·7600 non si contiene nel dividendo, sarà il questo $\frac{2304}{7600}$.

La qual frazione ridotta in decimale diviene ·3031 .... &c.

operatione

```
2304|0        (·3031 · &c
 760|0
228 0
··240|0
   76|0
  228
 ·120
   76
```

Se alle frazioni vanno congiunti interi si operi col medesimo metodo

Sia da dividersi 12·4 per 6·043

Ridotte divengono 12·400, e 6·043

Ora dividendo 12·400 per 6·043 si avrà per quociente 2·0519 · ·13, come segue in figura.

Operat.e

```
12400 .   Quoz.
 6043    ( 2.0519....&c
12086
-----
 31400
  6043
 30215
 -----
  11850
   6043
   58070
    6043
   54387
   -----
    3683
```

Annotatione.

Oltre ai varj usi delle frattioni Deci=mali nel fare le riduttioni, che sono anche utilissime, per determinare prossimamente le radici irrattionali, o sorde.

Data dunque una potenza imperfetta, per aver la radica quadrata, si aggiungeranno alquante coppie di zeri, quante uoi note decimali si vorranno estrarre, indi estratta la radica, come si è detto ..., numeri, si separeranno col solito punto verso destra, altrettante decimali, quante furono le coppie, o paja degli aggiunti zeri, trascurando il residuo.

Esempio

Sia il numero 3 da cui debba estrarsi la radice, a tre decimali

Operazione.

	3.00.00.00	Radice 1.732
	1	
4	200	
3 X 3	27	
	189	
4	1100	
	343	
	1029	
	7100	
	3462	
	6924	
	176	

Per estrarre poi la radice dalle frazioni, i cui termini sono, o ambidue, ovvero l'uno, o l'altro potenze imperfette, ecco la regola.

I. Si moltiplichi il numeratore nel denominatore, e al prodotto, aggiunta al quante coppie di zeri, se ne estragga la radice nel modo indicato sopra;

II. Alla radice trovata si sottoscriva in forma di frazione il dato denominatore.

III. Se la frazione è spuria si riduca ad intero, separando le decimali col solito punto.

Esempio

Sia $\frac{2}{3}$, di cui si debba estrarre la radice quadrata.

Moltiplico 2 per 3, e al prodotto 6 per tre decimali aggiungo tre coppie di zeri, indi estratta la radice, e divisa questa per 3, ottengo .816 millesimi

Operazione

```
6.00.00.00     Radice
4              2.449
200
 44
176
 2400
  484
 1936
  46400
   4889
  44001
   2399
```

```
2.449
3000
        (.8163
24490
 3000
2400
  490
  300
  190
   30
   10
    3
```

Divido la radice 2.449 per 3. e il quoto .816, cioè 816 millesimi sarà la radice cercata.

Nota. se il residuo 2399, il quale si trascura, eccedesse la metà il doppio di tutta la radice trovata 2.449, si dovrebbe aumentare l'ultima figura d'un' unità.

Per le radici cubiche negl'interi si aggiungano alquanti ternarj di zeri; del resto si opera come ne' numeri interi, separando, dopo terminata l'operazione, tante note decimali, quanti furono i ternarj degli aggiunti zeri. Esempio.

Sia il numero 1403, da cui debba estrarsi la radice cubica approssimata.

Per due decimali, aggiungo sei zeri, e si avrà 1403000000, da cui estratta la radice cubica, risulta 11 19

Operazione

```
           1.403.000.000   (Radice
           1                11.19
          -403
Divisore   3
Quadr. molt.ce 1
           3
            3
             1
          331
residuo    72000
  Divisore 363
Quadr. molt.ce 1
           363
            33
              1
Somma sottraenda 36631
resid. II  35369000
           36963
Quadr. molt.ce 9
           332667
             26973
               729
           33537159
Residuo ultimo  1831841  da trascurarsi
```

```
  121
    3
  363

  111
  111
  111
  111
  111
12321
    3
36963
```

Per estrarre da le frazioni, prima si moltiplichi il numeratore nel quadrato del denominatore secondo dal prodotto si estragga ~~la radice~~, aumentato di quanti ternarj di zeri si vorrà, estraggasi la radice cubica giusto il metodo precedente, terzo la radice trovata dividasi pel denominatore della data frazione, il quoto sarà la radice cubica cercata.

Sia data la fraz.e $\frac{4}{5}$

Operazione

```
                     25
                      4
                    100.000.000  (Radice
                     64          ( 4.64
                     36000
          Divisore   48
Questo moltiplicato   6
                    288
                     432
                      216
Somma sottraenda.   33336
      Residuo .....   2664000
              div.    6348
Questo moltiplic.        4
                     25392
                       2208
                         64
Somma sottraenda    2561344
     Residuo ultimo   102656 da trascurarsi
```

Ora divido 4.64 per 5

Quoto $\frac{464}{500}$, la qual ridotta in Decimale si ha .928, cioè $\frac{928}{1000}$. radice cercata

```
  46
  46
  276
 184
 2116
    3
 6348

  36
   3
  108
    4
  432

  36
   6
  216
```

Annotazione 1.

Se deva estrarsi la radice da un numero misto, come $4\frac{2}{3}$, si riduca alle terze, onde abbiasi $\frac{14}{3}$, indi si operi, come si è insinuato.

Annotazione 2.

Se il residuo 10216 eccedesse la metà del quadrato della radice 464 più la stessa radice, dovrebbe aumentarsi l'ultima cifra 4 d'un'unità.

Capo IV.

Delle Ragioni, e Proporzioni, dove della Regola del Tre.

Definizioni.

1. Ragione, che dicesi anco Relazione, ovvero Rapporto, è una comparazione di due quantità tra loro, le quali sono di diversa specie.

Ma se paragonando una quantità coll'altra si consideri quante volte l'una si contiene, o è contenuta nell'altra, allora si considera la Ragione Geometrica di esse quantità.

Così se si paragoni il 4 al 12, e si consideri quante volte il 4 si contiene nel 12, si considera una Ragione Geometrica, ed è questa, di cui qui intendiamo trattare.

2. Si esprime la ragione Geometrica con due punti frapposti tra le date quantità. Così 4 : 12 esprime una ragione Geometrica, ovvero a guisa di frazione in questo modo $\frac{4}{12}$; e si enuncia, come 4 a 12, ovvero quattro diviso per dodeci.

Quindi le frazioni, di cui abbiamo trattato, sono Ragioni Geometriche.

3. i numeri componenti la ragione diconsi termini della ragione medesima, e in ispecie il primo si dice Antecedente, l' altro Conseguente. Così nel recato esempio 4 è l'antecedente, 12 il conseguente.

4. Quando l'antecedente uguaglia il conseguente, la ragione si dice di ugualità, come 1 : 1, ovvero 4 : 4, ec. altrimenti se i termini sieno ineguali si dice d'inegualità, come 4 : 7, ovvero 7 : 4

5. La Ragione d'inegualità, altra è di maggiore inegualità, ed è quando l'antecedente eccede il conseguente, come 8 : 4, altra di minore inegualità, ed hassi quando l'antecedente discade dal conseguente, come 4 : 8

6. Esponente della ragione è il quoto, che risulta dividendo un termine per l'altro

7. Ragioni uguali sono quelle, i cui antecedenti ugualmente si contengono, o sono contenuti ne' loro conseguenti, come le ragioni 2 : 6 e 4 : 12, ovvero $\frac{1}{2}$, e $\frac{4}{8}$.

8. Due Ragioni Geometriche uguali costituiscono una Proporzione Geometrica, e però le predette quantità 2, 6, 4, 12, sono Geometricamente proporzionali.

Quindi, siccome una ragione Geometrica importa due termini, così la Proporzione Geometrica ne importa quattro.

Qualunque Proportione Geometrica si esprime, interponendo quattro punti :: ovvero il segno di ugualità = tra le due ragioni uguali.

Così, 2 : 6 :: 4 : 12, ovvero 2:6=4:12 esprime una Proportione Geometrica.

9. Quando si nomina Proporzione, senz' altra aggiunta, s'intende parlare della Proportione Geometrica, per contradistinguerla dalle altre proporzioni Aritmetiche, Armoniche, etc.

10. ~~Due~~ Le quantità che ugualmente contengono altre quantità si dicono Equimoltiplici

11. Parti simili sono quelle che vengono denominate da una medesima quantità, come le parti terze tra di loro, così le parti quarte, le quinte, ec.

Teorema

Date tre quantità, si trova la quarta proporzionale, se si moltiplichi la seconda nella terza, e dividasi il prodotto per la prima.

Così se alle tre date 2, 6, 4. si debba trovare la quarta proporzionale, moltiplico 4 in 6, e il prodotto 24 lo divido per 2, il quoto 12 è il termine cercato, per cui si avrà la proporzione

2 : 6 :: 4 : 12

Si dice questa regola di Proporzione, ovvero del Tre, e dagli Antichi fu detta aurea, atteso il singolare vantaggio, che da lei si ritrae.

Applicazione dell'aurea regola ai problemi diretti; e inversi

Quando si ragiona dal più al più, ovvero dal meno al meno, si ha una proporzione diretta. All'incontro, ragionandosi dal più al meno, ovvero dal meno al più, la proporzione, e inversa.

Nell'uno, e nell'altro caso si trova il quarto termine, ma nel secondo per maggiore facilità, converrà invertire, cioè scambiar di luogo i termini omogenei. ovvero senza muovere cosa alcuna, se sieno omogenei il primo, e secondo termine. si moltiplichi il primo nel terzo, e il prodotto si divida pel secondo; ma se saranno omogenei il primo, e terzo, si moltiplichi il primo nel secondo, e il prodotto dividasi pel terzo, il quociente sarà il termine cercato. Alla prattica.

Questione I.

Con lire 124 sonosi comperate 325 libre di merci. Con lire 372, quante libre si compreranno?

Espressione Aritmetica

	lire	lire	libre	libre
	124 :	372 ::	325 :	?
Ovvero	lire	libre	lire	libre
	124 :	325 ::	372 :	?

il problema è diretto. Nell'uno e nell'altro caso, moltiplicando il secondo termine nel terzo, e il prodotto 120900 dividendolo per il primo 124, si ha 975, termine cercato.

Se agl'interi vanno unite delle frazioni, prima s'infilza, indi si moltiplica, e dividesi, secondo il moltiplicare, e dividere delle frazioni, come ne' seguenti esempi

Questione II.

Con lire 240 sol. 12 sonosi guadagnate lire 34 sol. 15. Con lire 843, quante lire si sarebbero guadagnate?

Aritmetica.
Tern. III.

Esprimendo i rotti coi proprj loro denominatori, si avrà

Cap. lire G. lire Cap. Lire G. lire

$240\frac{3}{5} : 34\frac{3}{4} :: 843 :$

cioè $\frac{1203}{5} : \frac{139}{4} :: \frac{843}{1} : G\ x$

il probl. è diretto. Moltiplicando dunque $\frac{139}{4}$ in $\frac{843}{1}$, ~~e il prod~~ sarà il prodotto $\frac{117177}{4}$, il quale diviso per $\frac{1203}{5}$, si avrà per quarto termine $121\frac{1211}{1600}$ guadagno cercato.

Questione III.

Date merci libre 3112 on. 8. a ragione di lire 83 sol. 14 il cento, quanto importeranno?

Esercizione [illegible]

Lib. ₤ Lib. ₤

$100 : ~~3112\frac{2}{3}~~\ 83\frac{7}{10} :: 3112\frac{2}{3}$.

cioè $\frac{100}{1} : \frac{837}{10} :: \frac{9338}{3} : ₤$

Poichè si ragiona dal più al più il [illegible] termine è diretto. Perciò moltiplico il 2do termine nel terzo, e il prodotto $\frac{7815906}{30}$ lo divido per $\frac{100}{1}$ primo termine, il quoto ₤ 2605 $\frac{1}{25}$ è la quarta quantità prop.e che si cerca.

Questione IV.

Dato Drappo B.ª 1014 $\frac{7}{8}$ a ragione di Fiorini 24 Sol. 12 per ogni B.ª 62. Quanto importa?

Espress. del probl.

B.ª		Fior.		B.ª		Fior
62	:	24 $\frac{3}{5}$ di $\frac{2}{5}$	::	1014 $\frac{7}{8}$	:	

Ridotta la frazione di fraz.e a frazione semplice

	B.ª		Fior.		B.ª		
sarà	62	:	24 $\frac{3}{25}$	::	1014 $\frac{7}{8}$	:	Fior
cioè	$\frac{62}{1}$	:	$\frac{603}{25}$	::	$\frac{8119}{8}$		Fior.

Il Probl. è diretto, perciò risolto secondo la ragione diretta, si avranno Fior

$$\begin{array}{r} 24357 \\ 48714 \\ \hline 4895757 \end{array}$$

Dividi il prodotto $\frac{4895757}{200}$ per $\frac{62}{1}$

E risulta $\frac{4895757}{12400}$ cioè Fior. 394 ſ 4 28 $\frac{45}{124}$

$$\begin{array}{r} 12400 \\ 372 \\ \hline 1175 \\ 1116 \\ \hline 597 \\ 488 \\ \hline \end{array}$$

Residuo 10957

$$\begin{array}{r} 1095700 = \text{Sol } 88 \\ 12400 \\ 992 \\ \hline 1037 \\ 992 \\ \hline 45 \\ 12 \\ \hline 540 \quad \text{Picc. } 4 \frac{11}{31} \\ 124 \\ 496 \\ \hline 44 = \frac{11}{31} \\ 124 \end{array}$$

Questione V.

Fiorini 240 $\frac{4}{5}$ in anni 10. mi hanno guadagnato Lire 42 $\frac{3}{4}$. Si cerca quante lire mi avrebbero guadagnato Fiorini 563 $\frac{7}{8}$ nel medesimo tempo

Nota. Il termine che si ripette due volte nella questione è superfluo; perciò il termini di Anni 10. si trascura.

Il Probl. è diretto. Ecco la risoluzione.

$$\overset{\text{Fior}}{240\tfrac{4}{5}} : \overset{\text{Fior.}}{563\tfrac{7}{8}} :: \overset{£}{42\tfrac{3}{4}} : x$$

Ridotte sono $\frac{1204}{5} : \frac{4511}{8} :: \frac{171}{4} : £$

Prodotto del 2do. nel 3zo $\frac{771381}{32}$, il quale diviso per $\frac{1204}{5}$, risulta £ 100 ʒ 2 d. 1 $\frac{1375}{2408}$.

Questione VI.

Artefici 17. mi hanno ~~una~~ eretto una fabbrica in giorni 30 $\frac{3}{4}$. Si cerca in quanti giorni me l'avrebbero eretta Artefici 24.

Poichè, crescendo il numero degli Artefici deve decrescere il tempo, sarà il dato tempo al tempo che si cerca, nella ra=

gione inversa degli Artefici, perciò invertendo, sarà

$$\overset{Art}{24} : \overset{Art}{17} :: \overset{G}{30\frac{3}{4}} : G$$

cioè $\frac{24}{1} : \frac{17}{1} :: \frac{123}{4} : G$

il prodotto del 2do. 3no. nel 3zo è $\frac{2091}{4}$, il quale diviso pel primo $\frac{24}{1}$, risulta $\frac{2091}{96}$, cioè giorni $21\frac{75}{96}$ ovv°. $\frac{25}{32}$.

Questione VII.

che servirà di prova alla preced.te

Una certa fabbrica in giorni $21\frac{25}{32}$ è stata eretta da Artefici 24. In giorni $30\frac{3}{4}$ da quanti Artefici sarebbe stata eretta?

Poichè crescendo il tempo decresce il numero degli Artefici, sarà la ragione degli Artefici nella ragione inversa dei tempi, ~~per~~ perciò invertendo i giorni si avrà

$$\overset{Gior}{30\frac{3}{4}} . \overset{Gior}{21\frac{25}{32}} :: \overset{Art}{24} : \overset{Art}{}$$

Cioè $\frac{123}{4} : \frac{697}{32} :: \frac{24}{1}$: Art

```
  2788
 1394
 16728
```

prodotto $\frac{16728}{32}$ per $\frac{123}{4}$

Risulta $\frac{66912}{3936}$ cioè Artefici 17

```
 3936
 27552
 27552
 -----
     0
```

Questione VIII:

Scudi fiorentini 243 $\frac{1}{4}$ mi hanno guadagnato scudi 22 in mesi 18 $\frac{2}{3}$ cercasi in quanto tempo me li avrebbero guadagnati scudi 584 $\frac{7}{8}$.

Gli scudi sono nella ragione inversa dei tempi, e viceversa, perciò invertendo sarà

$$\overset{Sc.}{584\tfrac{7}{8}} : \overset{Sc.}{243\tfrac{1}{4}} :: \overset{M.}{18\tfrac{2}{3}} : m$$

Cioè $\frac{4679}{8} : \frac{973}{4} :: \frac{56}{3} : m$

```
1286040 = 22             5838
 56148                   4863
 12296                  54488 : 4679
  63080                    12     8
  12296                435904 = Mesi 4 Gior 22      1704
  50784                 56348                      56148
                       393436
                        42868
                           30
                      1286040
```

Questione IX

Con drappo alto B.a 2 lungo B.a 5 si veste un'uomo di mediocre statura. Quante B.a in lunghezza alto q.te 3 q.ni 2 si ricercaranno per vestire la medesima persona?

La proposta è inversa, e fatta l'operazione risulta B.a 11 q.te 1 $\frac{5}{7}$.

Questione X.

Pietro compra staja 324 $\frac{2}{3}$ di grano a £ 30 sol 15 lo stajo. Avendolo fatto purgare dalla vara gli restarono sole staja 280 $\frac{3}{4}$. Si cerca quanto dovrà rivendere uno stajo de' rimanenti, per non perdervi?

S'inferisca: se ciascuno di st.a 324 $\frac{2}{3}$ prima del calo valeva £ 30 $\frac{3}{4}$, che ciascuno di st.a 280 $\frac{3}{4}$ dopo il calo?

Ora, perchè decrescendo le staja, dee crescere il prezzo e viceversa, saranno i prezzi nella ragione inversa delle staja, onde invertendo sarà

$$st.\ 280\tfrac{3}{4} : st.\ 324\tfrac{2}{3} :: £\ 30\tfrac{3}{4} : £$$

Cioè $\frac{1123}{4} : \frac{974}{3} :: \frac{123}{4} : x$

Quando il primo, e secondo, ovvero primo, e terzo termini hanno il medesimo Denominatore come nel caso nostro, questi possono per compendio cancellarsi, sicchè si averà

$$\frac{1123}{1} : \frac{974}{3} :: \frac{123}{1} : x$$

2922
1948
2922
$\frac{119802}{3} : \frac{1123}{1}$

Termine esatto $\frac{119802}{3369} = £\ 35^{s}$

10107
18732
16845
1887
20
37740 = 11
3369
4050
3369
681
12
8172 : ^{d} 2
6738
$\frac{1434}{3369} = \frac{478}{1123}$

si dovrà rivendere per £ 35 s 11. d 2 $\frac{478}{1123}$

Questione XI.

Quando lo stajo del formento si fa lire 22 sol. 16. la chiozza del pane, pesa On. $8\frac{3}{4}$. Quando poi il formento si fa lire 32 sol. 18, quanto peserà la detta chiozza?

Il problema è inverso, perciò invertendo sarà

lire	lire	Oncia	Oncia
$32\frac{9}{10}$:	$22\frac{4}{5}$ ::	$8\frac{3}{4}$:	

Cioè $\frac{329}{10} : \frac{114}{5} :: \frac{35}{4} :$ On.

570
342

Divido il prodotto $\frac{3990}{20}$ per $\frac{329}{10}$

E si ha $\frac{39900}{6580}$ cioè On. $6\frac{21}{329}$

3948
$\frac{42}{658}$ on. $\frac{21}{329}$

Risultano Oncia $6\frac{21}{329}$.

Con tal regola si determina il calmiero del pane, ma in prattica, bisogna aggiungere, ai dati prezzi le spese della condotte gabelle, etc.

Questione XII.

Uomini 8000 stretti di assedio in una piazza hanno vettovaglia sufficiente per giorni $34\frac{1}{4}$, e sono certi che non viene loro soccorso, se non dopo l'intervallo di giorni $60\frac{2}{3}$. Si cerca quanti uomini dovrà ritenere, quanti accomiatarne il comandante, acciò la vettovaglia sia sufficiente per quelli che restano alla difesa.

Il problema è inverso, e risulta uomini $4516\frac{44}{91}$ quantità da ritenersi

Modo di eliminare le frazioni
dalla Regola del Tre,
e di abbassare i termini

Sieno le frazⁿⁱ

$$\frac{2}{3} \quad \frac{4}{5} \quad \frac{12}{15}$$

I. Si moltiplichi il numeratᵉ 2 della prima nei denominatori 5, e 15 delle altre e diveranno le quantità $\frac{150}{3}$, 4, 12

II. Si moltiplici poi il numeratᵉ della seconda, o terza nel denominatᵉ della prima, come 4 in 3, e diverrà 150, 12, 12, dove più non vedesi alcuna frazione

III. Si moltiplichi poi il secondo termine nel terzo,

e il prodotto 132 dividasi nel primo, e si avrà per quarto termine $\frac{132}{150}$ cioè $\frac{22}{25}$.

Se agl interi vanno congiunte frazioni, s'infilza, indi si opera nello stesso modo

Sia. $32\frac{9}{10}$: $22\frac{4}{5}$ :: $8\frac{3}{4}$:

cioè infilz.^{e} $\frac{329}{10}$: $\frac{114}{5}$ :: $\frac{35}{4}$:

Eliminati i divisori divengono

$$\begin{array}{rrr} 6580 & 114 & 350 \\ & \underline{350} & \\ & 5700 & \\ & \underline{342} & \\ \text{Prodotto} & 39900 = & 6\,\frac{420}{6580}\ \text{ovv.}\ \frac{21}{329} \\ \text{Divido per} & \underline{6580} & \\ & \underline{39480} & \\ & -\ 420 & \end{array}$$

Per abbassare poi i termini, se sono riducibili si divideranno, dopo aver cavate le frazioni, il primo, e secondo, ovvero primo, e terzo termine (non mai però il 2do. e 3zo) per divisori che si presentano giusto le regole prescritte nell' Annotaz.^{e} del probl. 2 della frazioni

Così cavati i divisori nell'esempio precedente, divengono le quantità

6580 : 114 :: 350 :

E abbassando i termini, cioè dividendo pri-

ma il primo, e terzo per 10, indi il primo, e secondo per 2, diveranno

329 : 57 :: 35 :

~~E di nuovo il primo, e secondo per 2, si avrà~~

Ora operando al solito, cioè moltiplicando il 2do nel terzo e il prodotto 1995 dividendolo pel primo 329, si ha per quarto termine $6\frac{21}{329}$, come sopra.

Se il problema sia inverso bisogna prima invertire, cioè scambiare di luogo i termini omogenei, indi si levano le frazioni, e si abbassano i termini, come sopra

Prova della Regola del Tre.

La prova generalmente si fa moltiplicando fra loro gli estremi, acciò ritorni un prodotto uguale al prodotto dei medi.

Si prova anche alternando i termini, e includendo il termine cercato, acciò ritorni uno dei dati, bisogna però disporli in modo che la regola vi possa aver luogo

Queste due prove però riusciranno più facili se si leveranno le frazioni e si deprimeranno i termini come si è detto.

Esempio

Un movile in giorni 17 ore 18 $\frac{1}{2}$ ha percorso Miglia 337 $\frac{4563}{4864}$. Quante miglia avrebbe percorso in giorni 12 Ore 16

Il quesito è diretto, si avrà dunque

$$\frac{17}{1}.\frac{18}{24}.\frac{1}{2} : \frac{337}{1}.\frac{4563}{4864} :: \frac{12}{1}.\frac{2}{3} : M$$

cioè $\frac{853}{48} : \frac{1643731}{4864} :: \frac{38}{3} :$

Tolte le frazioni diviene

12446976 : 1643731 :: 1824 : m.

2	12074496	2	304
	1037248		152
	518624		76
	259312		38
	129656 : 1643731 ::		19 :

```
      1643731
           19
     14793579
     1643731
     31230889 = Mig. 240
     129656
     259312
    -529968
     518624
    -113449
     129656

       907592
       907592
```

Ovvero scritto il quarto già ritrovato dopo i tre dati, si avrà

$$\frac{17}{1}\cdot\frac{18}{24}\cdot\frac{1}{2} : \frac{337}{1}\cdot\frac{4563}{4864} :: \frac{12}{1}\cdot\frac{2}{3} : \frac{240}{1}\cdot\frac{7}{8}$$

Cioè, ineffando.

$$\frac{893}{48} : \frac{1643731}{4864} :: \frac{38}{3} : \frac{1927}{8}$$

moltiplicando reciprocamente i termini delle ragioni, che si suppongono uguali, si ha

$$4148992 : 78899088 :: 304 : 5781$$

```
      4148992          78899088
         5781               304
   -----------      -----------
      4148992         315596352
    33191936        236697264
   29042944        -----------
  20744960         23985322752
  -----------
  23985322752
```

Di alcune Reduttioni di monete, pesi, misure &c.

Capo V.

Problema I.

Date lire 1210. ridurle a Ducati correnti di lire 6 sol. 4

La lira al Ducato corr.te è nella ragione inversa di 20 a 124, ovv.o di 5 a 31, onde invertendo, sarà

$$31 : 5 :: 1210 : D$$

```
                1210
                   5
                6050 = D. 195 ƒ1 : -
                31
                 295
                 279
                  160
                  155
       Resid.       5
                  124
                  620/31 = ʒ 20
```

Probl. II.

Date lire 1312 sol. 16 p. 10. ridurle a Ducati corr.ti. Sarà

$$\frac{31}{1} : \frac{5}{1} :: \frac{1312}{1} . \frac{16}{20} . \frac{5}{6} : D.$$

Cioè $\frac{31}{1} : \frac{5}{1} :: \frac{157541}{120} : D$

$$3720 : 5 :: 157541 :$$

E diviene D.ti 211 ƒ 4 ʒ 12 p. 1.

Probl. III.

Dati Duc.ti corr.ti 1004 Ŧ24 sol. 16 ridurli a crosoni da ₤ 11 sol. 5.

Il Duc.to corr.te al Crosone è nella ragione inversa di 124 a 225, onde invertendo si avrà

$$225 : 124 :: \frac{1004}{1}, \frac{24}{31} : D\ Cros.$$

Cioè $\frac{225}{1} : \frac{124}{1} :: \frac{31148}{31} : c.$

$6975 : 124 :: 31148 : $

```
     31148
       124
    ------
    124592
    62296
   31148
   -------
   3862352 = C. 553
   6975
   34875
   -37485
    34875
     26102
     20925
    - 5177
       .25
     25875
    10354
   10354
  -------
  1164815 = 3 181
   6975
   56731
   55800
   - 9315
     6975
```

$$\frac{2340}{6975} = \frac{468}{1395} = \frac{156}{465} = \frac{52}{155}$$

Vengono i crosoni 553 ₤ 9 ʒ 1 $\frac{52}{155}$

Probl. IV.

Lire libre sottili 240 onc 10 $\frac{2}{3}$ ridotte in libre grosse. Quante se ne avranno?

La libra sottile alla lib. grossa è nella ragione diretta di 158 a 100, ovv.° di 79 a 50. Sarà dunque

$$79 : 50 :: \overset{\text{lib. sott.}}{\frac{240}{1} \cdot \frac{10}{12} \cdot \frac{2}{3}} : \text{Lib. gr.}$$

$$\text{Cioè } \frac{79}{1} : \frac{50}{1} :: \frac{2168}{9} : \text{L. g.}$$

$$711 : 50 :: 2168 :$$

```
  2168
    50
108400 = L. Gr. 152
 711
 3730
 3555
- 1750
  1422
 - 328
    12
 3936 = onc 5 381/711
 711
 3555
 - 381/711 = 127/237
```

Risulta Lib. gros. 152 onc 5 $\frac{381}{711} = \frac{127}{237}$

Probl. V

Dati Pesi 342 Pd. 4 Pth. 8. ridurli in Pertiche

Se le quantità date sono semplici, sarà il rapporto alla Pertica nella ragione inversa di 5 a 6, onde invertendo, si avrà

$$6 : 5 :: 342\tfrac{4}{5} . \tfrac{2}{3} : \text{Pert.}$$

Cioè $\frac{6}{1} : \frac{5}{1} :: \frac{5144}{15} : \text{Pert.}$

Cioè $90 : 5 :: 5144 : P.$

deprim. $9 : 1 :: 2572 : P$

Risulta $\frac{2572}{9}$ cioè Pert. $285\frac{7}{9}$

$\frac{7}{9}$ equivale a Pdi 4 Pth. 8.

Se poi s'intendano quadrate le date quantità, allora sarà il rapporto quadrato alla Pert. quadrata nella ragione inversa di 25 a 36, onde invertendo si ha

$$\frac{36}{1} : \frac{25}{1} :: \frac{5144}{15} . \text{Pert.}$$

E si avrà per quarto termine Pert.^{2} 238 Pdi^2 5 ...

$\frac{1714}{5}$

514

Applicatione dell'aurea regola ad alcune altre occorrenze straordinarie.

Cap.lo VII.

Questione 1.

Uno compra delle merci a ragione di Duc.ti $20\frac{2}{7}$ il 100, indi le rivende a Ducati $24\frac{2}{3}$ il 100. Quanto guadagna per ogni 100 Ducati che spende.

Prima da $24\frac{2}{3}$ sottraggasi $20\frac{2}{7}$.

$\frac{14}{21}$ — $\frac{6}{21}$ differ. $\frac{8}{21}$

Differ. totale $4\frac{8}{21}$

indi colla regola del tre diretta s'inferisca: se in D.ti $20\frac{2}{7}$ si guadagna D.ti $4\frac{8}{21}$, quanto in D.ti 100?

Cioè $\frac{142}{7} : \frac{92}{21} :: \frac{100}{1}$

2982 : 92 : 100

1491 : 46 : 100

$$\begin{array}{r} 700 \\ \hline 32200 \\ 1491 \\ 2982 \\ \hline 2380 \\ 1491 \\ \hline 889 \end{array}$$

D.ti $21\frac{889}{1491}$

Questione 11.

Un' altro compra 1204 Libre di merci per Lire 112 $\frac{7}{8}$ il %, indi le rivende alla minuta per sol. 19 $\frac{1}{2}$ la libra. Si cerca, se guadagna, o perde, quanto per ogni 100 libre, e quanto in tutte le date libre 1204?

Prima si veda quanto importino libre 100 a sol 19 $\frac{1}{2}$ la libra, il che fatto, importeranno lire 97 $\frac{1}{2}$. onde si vede che perde.

Dalle date lire poi 112 $\frac{7}{8}$ si sottraggano le trovate L 97 $\frac{1}{2}$ o $\frac{4}{8}$, e resta ƒ 15 $\frac{3}{8}$: il tanto perde per ogni 100 libre di merci.

Per sapere poi quanto perda in tutte le date libre 1204, con la reg. del tre diretta s'intenda: se in libre 100 si perde 15 $\frac{3}{8}$, che in libre 1204? Operando, si avrà per quarto termine ƒ 185 ß. 2. ₰ 3 $\frac{3}{5}$. tanto perde in tutte le proposte libre.

Questione 11.

Uno compra una quantità grande di merci, per rivenderle a ragione di lire $40\frac{3}{4}$ il 100. Volendo guadagnarvi il 10 per 100, per quanto dovrà egli comperare il canto di dette merci?

R. Guadagnando il 10 per 100, di 100 si fa 110, però s'inferirà così:

Se 110 viene da 100, da che verrà $40\frac{3}{4}$. Operando, verrà lire

Operazione

$$110 : 100 :: \frac{163}{4} : ?$$

$$440 : 100 :: 163 : ?$$

22 5 163

5

815 = lire $37\frac{1}{22}$

22

66

155

154

1

Questione IV

Un altro compra delle merci per rivenderle alla minuta sol. $16\frac{1}{2}$ la libra. Volendo guadagnarvi il ℔ 12 per 100, per quanto dovrà comparare il cento di esse merci?

I. $\text{ʒ}\ 16\frac{1}{2}$ per ℔ 100

$$\begin{array}{r} 1600 \\ 50 \\ \hline 165|0 \\ \text{℔}\ 82:\frac{1}{2} \end{array}$$

II. $112 : 100 :: \frac{165}{2} :$

si trova $\frac{16500}{224} = \frac{4125}{56} = \text{℔}\ 73\frac{37}{56}$

$$\begin{array}{r} 392 \\ 205 \\ 168 \\ \hline 37 \end{array}$$

Prova

I. Da ℔ $82\frac{1}{2}$ sottro ℔ $73\frac{37}{56}$

differ. delle grad.ni $\frac{56}{112} - \frac{74}{112}$, cioè $\frac{168}{112} - \frac{74}{112} = \frac{94}{112} = \frac{47}{56}$

Differ. totale $8 + \frac{47}{56}$.

II. $73\frac{37}{56} : 8\frac{47}{56} :: 100 :$

$\frac{4125}{56} : \frac{495}{56} :: 100 :$

Risulta $\frac{49500}{4125} = \text{℔}\ 12$

$$\begin{array}{r} 8250 \\ 8250 \\ \hline 0 \end{array}$$

Questione. V

Data Canepa Libre 2108 $\frac{3}{4}$ a ragione di Lire 14$\frac{1}{2}$ per ogni Libre 23, dedotta prima la tara del 4 per .00. Quanto importa?

$1.\ 100 : 96 :: 2108\frac{3}{4}$.

$400 : 96 :: 8435 :$

```
        8435
          96
       50610
      75915
     809760 | 2024 16/40 = 2/5
```

— nette Lib. $2024\frac{16}{40} = \frac{2}{5}$

$2.\ 23 : 14\frac{1}{2} :: 2024\frac{2}{5} :$

cioè $\frac{23}{1} : \frac{29}{2} :: \frac{10122}{5} :$

$230 : 29 :: 10122$

```
      10122
         29
      91098
     20244
     293538 | £1276
     230
      635
      460
      1753
      1610
      1438
      1380
        58 = 29/115
       230
```

```
  20
 580 = 20
 575
   5
  12
  60
 115
  12/23
```

Resterà la detta Libre nette dalla tara $2024\frac{2}{5}$ le quali importano £ 1276 : 5 : — : $\frac{12}{23}$.

Questione VI.

Uno compra staja 232 $\frac{3}{4}$ di grano, a £ 10 $\frac{2}{5}$ lo st.°. Avendolo fatto purgare dalla tara, trova che di ogni 15 staja gli cala 1 $\frac{2}{3}$. Si cerca quanto gli resta, e quanto dee valutare uno delle staja rimanenti per non perdervi?

I. Oper.ne

$15 : 13\frac{1}{3} :: 232\frac{3}{4} :$

Cioè $\frac{15}{1} : \frac{40}{3} :: \frac{931}{4} :$ st.

$180 : 40 :: 931 :$

$9 : 2 :: 931 :$

$\frac{1862}{9}$ = st.a $206\frac{8}{9}$

II. Operazione invertendo

sarà $206\frac{8}{9} : 10\frac{2}{5} :: 232\frac{3}{4} :$ £

$\frac{1862}{9} : \frac{52}{5} :: \frac{931}{4} :$ £

$37240 : 468 :: 931 :$ £

$18620 : 234$

$9310 : 117 :: 931 :$ £

931 × 117 = 6517, 931, 931 → 108927 = £ 11 : 7 : 6 $\frac{618}{931}$

9310, 15827, 9310, 6517

6517 | 20 = 7; 1517; 517; 12; 6204; 931; 5586; 618; 931

Questione VII.

Un'altro compra Vino Conti 352 $\frac{1}{2}$ per ƒ 1080. Dopo certo tempo trova, che di ogni 15 Conti gli è callato Secch. 2 Bli 12 $\frac{1}{2}$. Si cerca, quanto dovrà venderlo il conto dopo il callo, per non perdervi?

I. Colla reg. del Tre diretta s'insegnisca: se Conti 15 detratto il callo resta Conti 14 $\frac{39}{128}$, che resteranno Conti 352 $\frac{1}{2}$? Operando, restano Conti 336 $\frac{41}{256}$.

II. Di nuovo colla reg. diretta si dica: Le Conti 336 $\frac{41}{256}$ costano come prima ƒ 1080:– Che costerà Conti 1? Operando, costerà ƒ 3 sol. 4. P 3 $\frac{5253}{86057}$.

Questione VIII.

Un Artefice travagliando 4 giorni per Settimana, riceve in capo all'anno per sua mercede Duc. effet. 400 $\frac{5}{8}$. Si cerca quanto abbia guadagnato ciascun giorno, in cui si è prestato all'opera? Nota. L'anno è giorni 365 $\frac{1}{4}$.

Prima s'insenisca: se giorni 7 restano 4 di lavoro, quanti resteranno giorni 365 $\frac{1}{4}$? Operando, resteranno giorni 208 $\frac{5}{7}$.

365 1/4 x

[illegible] rica

Tom. IV

Quindi, s'inferisca: se giorni $208\frac{5}{7}$ mi dà un guadagno di D.ti effet.vi $400\frac{5}{8}$; che giorni I?

Operando, si avranno D.ucc I β 7 $\frac{3}{6}$ 7 b. 1 $\frac{205}{417}$.

Questione IX.

Uno ha una casa che vale D.ti $1040\frac{10}{11}$. Si cerca per quanto dovrà affittarsi all'anno coll'utile del $5\frac{1}{2}$ per 100?

S'inferisca così: se 100 mi rende il $5\frac{1}{2}$, che mi renderà $1040\frac{10}{11}$?

Fatta l'operazione, renderà D.ti $57\frac{1}{4}$.

Questione X.

Un altro ha dato in affitto un Podere a ragione di lire $6\frac{1}{2}$ il 100, e ritrae di annuo affitto £ $1704\frac{5}{6}$. Si cerca il valore della Possessione?

Si faccia: siccome $6\frac{1}{2}$ a 100, così $1704\frac{5}{6}$ al quarto termine, e si avranno £ 26228, sol. $4\frac{2}{39}$.

Delle Ragioni, e Proporzioni composte.

Capo VII.

Definizioni.

1. Ragione composta è la ragione che risulta dai prodotti degli Antecedenti, e conseguenti di due, o più ragioni semplici

Così se siano date le ragioni semplici

2 : 3
3 : 4
4 : 7

Moltiplicando fra loro tanto gli antecedenti, quanto i conseguenti, risulta la ragione 24 : 84, ovvero di 2 : 7, la qual è composta delle date ragioni

Parimenti, perchè le frazioni sono ragioni Geometriche, se siano date le frazioni $\frac{2}{3}$. $\frac{4}{5}$ $\frac{7}{8}$, sarà la ragione composta $\frac{56}{120}$, ovv° $\frac{7}{15}$, ovver 7 : 15.

Due quantità poi proporzionali secondo la ragione composta da due, o più ragioni si dice proporzione composta

Come se le due quantità 10 e $93\frac{3}{4}$ dipendano dalle ragioni 4 : 5, e 2 : 15, moltiplican-

do fra loro tanto gli antecedenti, quanto i conseguenti, sarà la proporzione comp.

$$8 : 75 :: 10 : 93\frac{3}{4}$$

Per determinare dunque la ragione di due quantità fra loro crescenti, o decrescenti secondo più ragioni, bisogna prendere i prodotti delle medesime ragioni, perchè poi moltiplicando il secondo termine nel terzo, e il prodotto dividendolo pel primo, si avrà il termine cercato

Si possono poi levare le frazioni, e abbassare i termini, come si è detto nelle proporzioni semplici.

Questione I.

Dati Scudi 640. si cerca quanto renderanno di utile in anni 7 a ragione del 5 per 100 ~~in Anni 7~~ all'anno

Il dato utile 5 è all'utile che si cerca nella ragione diretta dei capitali, e dei tempi, onde sarà

$$\frac{100 : 640}{1 : 7} :: 5 : \text{ut}.$$

Deprimendo
$$\frac{1 : 32}{1 : 7} :: 1 : \text{ut}.$$

Componendo
$$1 : 224 :: 1 : \text{ut}$$

e si trova di utile Scudi 224

Questione 11.

Ducati 125 in Mesi 4 mi hanno guadagnato Lire 36. Si cerca quante lire mi avrebbero guadagnato Duc.ti 240 in Anni 2 Mesi 3, cioè in mesi 27?

Le date lire alle lire cercate sono nella ragione diretta tanto dei Capti. quanto dei tempi, onde si avrà

$$\begin{array}{rcl} 125 & : & 240 \\ 4 & : & 27 \end{array} :: 36 : l$$

Deprimendo $\begin{array}{rcl} 25 & : & 12 \\ 1 & : & 27 \end{array} :: 36 : l$

Compon. $25 : 324 :: 36 : l$

$$\begin{array}{r} 324 \\ 36 \\ \hline 1944 \\ 972 \\ \hline 11664 \end{array} \left(\text{₤}\ 466\tfrac{14}{25} \right.$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ \hline 100 \\ \hline 166 \\ 150 \\ \hline 164 \\ 150 \\ \hline 14 \end{array}$$

Questione III.

che servirà di prova alla preced.^{te}

Ducati 240 in mesi 27 mi hanno gua-dagnato lire $466\frac{14}{25}$. Si cerca quante lire mi avrebbero guadagnato D.^{ti} 125 in mesi 4? Si avrà

$$\begin{matrix} 240 : 125 \\ 27 : 4 \end{matrix} :: \frac{11664}{25} : ?$$

Tolta la fraz. diviene

$$\begin{matrix} 6000 : 125 \\ 27 : 4 \end{matrix} :: 11664 : ?$$

Deprim. $\begin{matrix} 1 : 1 \\ 1 : 1 \end{matrix} :: 36 : ?$

E compon $1 : 1 :: 36 : ?$

E torna £ 36.

Questione IV

che pure servirà di prova alla prec.^{te} questione II.

Ducati 240 mi hanno guadagnato lire $466\frac{14}{25}$ in mesi 27. Si cerca, in quanto tempo Ducati 125 mi avrebbero guadagnato lire 36?

Avvertasi che i dati mesi 27 ai mesi cercati sono nella ragione diretta dei guadagni, ma nella ragione inversa dei capitali, perciò posti i guadagni direttamente, e invertendo i

capitali, si avrà

$$
\begin{array}{cccc}
ʒ & \partial & M & m \\
\frac{11664}{25} : & \frac{36}{1} :: & 27 : & \\
125 : & 240 & &
\end{array}
$$

Cioè levate le frazioni

$$
\begin{array}{l}
11664 : 900 :: 27 : m \\
\quad 125 : 240
\end{array}
$$

E deprimendo i termini

$$
\begin{array}{l}
1 : 1 :: 1 : m \\
1 : 4
\end{array}
$$

Componendo diviene

$$1 : 4 :: 1 : m$$

E torna Mesi 4.

Questione V.

Lavoranti 15 mi hanno escavato una fossa di pertiche 124 in giorni 20. Si cerca in quanti giorni Lavoranti 32 mi avrebbero escavato una fossa di pert. 100?

Si avrà, invertendo i Lavoranti

$$
\begin{array}{llll}
L\,32 : & L\,15 :: & \Sigma.\,20 : & \Sigma \\
P.\,124 : & P\,100 & &
\end{array}
$$

Cioè depr.

$$
\begin{array}{llll}
8 : & 15 : & 5 : & \Sigma \\
31 : & 25 & &
\end{array}
$$

E componendo $248 : 375' :: 5' : \Sigma$

$$\frac{1875'}{248} : 7\frac{139}{248}$$

1736

139

Si hanno Giorni $7\frac{139}{248}$.

Questione VI.

Al nutrimento di uomini 100 per mesi $7\frac{4}{5}$ è necessario un dispendio di Duc.[ti] corr.[ti] $4012\frac{5}{8}$. Si domanda, qual dispendio si ricerca per l'alimento di uomini 262 in giorni 24?

I dispendj sono nella ragione diretta degli uomini d'alimentarsi, e dei giorni, onde si avrà

D : D

Uomi. 100 : Uom 262 . $\frac{32101}{8}$:

Mesi $\frac{7}{1}$ di Mes. $\frac{4}{5}$

Levate le frat.

800 : 262 :: 32101 : D

35 . . 4

Deprim.

100 : 131 :: 32101 : D

35 : 1

Compon. 3500 : 131 :: 32101 : D

131

32101

96303

32101

$\frac{4205231}{3500}$ = D.[ti] $1201\frac{1731}{3500}$

Quest. VII

Lanterne 40 di Lumini 4 in giorni 7 mi hanno consumato oglio Libre 120. Lanterne 100. di Lumini 6 in giorni 12, quanto oglio consumeranno?

Le Libre alle Lib. sono nella ragione diretta tanto delle Lant. quanto de' Lum. che dei giorni, onde sarà

Lan. 40 : Lan. 100	::	Lib. 120	:	Lib.
Lum. 4 : Lum. 6				
Gior. 7 : Gior. 12				

Cioè abbassando i termini

1 : 25			
1 : 3	::	12 :	L
7 : 6			

E componendo

7 : 450 :: 12 : Lib.

E si trova Lib. $771\frac{3}{7}$.

Quest. VIII

che servirà di prova alla precedente.

Lanterne 100 di 6 Lumini hanno consumato Libre $771\frac{3}{7}$ di oglio in Giorni 12. Si cerca, Libre 120 in giorni 7 da quante Lanterne di 4 Lumini saranno consumate?

Le date Lanterne alle cercate sono nella ragione diretta delle Libre, ma nella inversa dei giorni, e dei Lumini, onde si avrà.

Lant. : Lant

Lib. $\frac{5400}{7}$: Lib. $\frac{120}{1}$ :: 100 :

Lum. 4 : Lum. 6

Gior 7 : Gior 12

Cioè tolte le frazni.

5400 :	120			
4 :	42	::	100 :	Lant.
7 :	12			

E abbass. i termini

1 :	20			
1 :	2	::	1 :	Lant.
1 :	1			

E componendo

1 : 40 :: 1 : Lant

Torna Lant. 40.

Quest. IX

Granatieri 100 travagliando 5 Ore al Giorno hanno fatto Passi $60\frac{2}{3}$ di trincea in giorni $12\frac{5}{8}$. Si cerca Granatieri 240 travagliando 11 Ore il giorno, in quanti giorni faranno Passi $120\frac{2}{5}$ di trincea?

I Giorni sono nella ragione diretta dei passi, ma nella ragione inversa dei Granatieri, e delle Ore, onde si avrà

Gr. 240 : Gr. 100 :: Gior. $\frac{101}{8}$: Gior.

Ore 11 : Ore 5

Resp. $\frac{182}{3}$: Resp. $\frac{602}{5}$

Levate le frat. e abbre. i termini:

4	:	1		
44	:	5	::	101 : Gior
182	:	301		

E comp. 119392 : 1505 :: 101 : Gior

E risulta Gior. 1 $\frac{32613}{119392}$

Quest. X

Un naviglio navigando a 4 remi in giorni $7\frac{2}{3}$ ~~naviore~~ di Ore 10 ha percorso miglia $240\frac{7}{8}$. Si cerca quante miglia avrebb' egli percorso in giorni 12 di ore 14 navigando a 10 remi?

Le miglia sono in ragione diretta dei tempi, e dei remi, onde sarà

				M.	Mig.
G. $\frac{23}{3}$	:	G. $\frac{12}{1}$		$\frac{1927}{8}$:	
10	:	14			
4	:	10			

[illegible]

13 : 56

80 : 18 :: 1927 : in

4 : [illegible]

[illegible]

23 : [illegible] :: [illegible] : [illegible]

4 | 1

1 | 1

componendo dunque

92 : 63 :: 1927 : [illegible]

63

5781
11562

121401 = mig. 1319 $\frac{53}{92}$

```
92
294
276
 180
  92
  881
  828
   53
```

Della regola [illegible]aria,
o [illegible]mente regola del tre moltiplice.

Capo VIII.

Si fa uso di questa regola nella risoluzione de' que' problemi che hanno più supposti, di cui ecco il modo di praticarla.

I. Si dispongano i termini in due serie, o colonne di numeri sinistri, e destri e per primo termine sinistro si scelga quello che è omogeneo alla domanda, per primo destro poi quello che è omogeneo al termine cercato.

II. La domanda, e il termine cercato, (che giusto la regola spiegata nel capo precedente dovevano occupare il terzo, e quarto luogo) occuperanno la prima fra i destri, l'altro fra i sinistri.

III. Tutti gli altri termini poi si pongano alternativamente, come conseguenti dei due primi, uno a destra, l'altro a sinistra.

IV. Finalmente il prodotto dei termini

destri dividasi pel prodotto dei sinistri, il quoziente ci darà il termine cercato.

Problema I.

Pagare 240 [illegible] grano costano lire 4800 e [illegible] 173 di vino costano lire 5190. Si cerca per lire 300 di grano, quanto vino si avrà

Sinistri		Destri	
1	4 M. ~~240~~ :	6 ~~173~~	1
	6 :	M ~~300~~	5
1	~~173~~ [illegible] staio	~~1480~~[illegible]	40

cioè semplificando

4	1 :	1
	6 :	5
	1 :	40
	1 :	200

Il termine dunque cercato è oggi 200.

Se i dati [illegible] di [illegible] frazioni queste soleano eliminarsi moltiplicando con un denominatore, e l'altro per qualunque numeratore, sinistro o destro [avvertenza] [illegible] sono [illegible] i termini; come sopra

Probl. II.

Braccia $12\frac{3}{4}$ di panno [illegible] lire $130\frac{4}{5}$, e Pesi $20\frac{7}{8}$ di Lino [illegible] lire 1203. Si cerca per Braccia 240 di panno quanti Pesi di Lino si avranno

[illegible] secondo la regola [illegible]

[illegible] [illegible]

ℓ	$\frac{51}{4}$	:	$\frac{10}{1}$ ℓ
L	[illegible]		$\frac{167}{8}$ L
	$\frac{1203}{1}$ [illegible]		$\frac{1154}{5}$
[illegible]	408		960
	6015		1167
			1154
Dann.	17	:	8
		:	167
	1203	:	1154

[illegible] 1541744 il quale diviso per 20451 [illegible] resultano Pesi $75\frac{7919}{20451}$ pel termine cercato

Probl. III

[illegible]

[illegible] per 22 Colombi. Si cerca

Per 10 Buoi quanti Colombi avrai?

Sinistri   Destri

Quanti colombi?	:	10 Buoi
Buoi 1	:	5 Porci
Porci 4	:	30 Zebe
Zeb. 12	:	15 Anare
Anare 11	:	22 colombi

Abbassando i termini

1	:	10
		1
1		15
		5
1	:	1

Il prodotto dei termini destri è 22500 il quale diviso per il prodotto dei sinistri quel... danno colombi 535 5/7 per il cercato.

Probl. IV.

Inversione del precedente.

Si cambiano 22 colombi in 11 Anare, indi 15 Anare in 12 Zebe, indi 30 Zebe in 4 Porci, e Buoi 5 Porci per 1 Bue. Si danno per colombi 538 3/7, quanti Buoi si avranno?

Operando si avranno 10 Buoi.

De' censi semplici.

Capo IX.

Censo non è altro che dare o ricevere qualche quantità di denaro o altra equivalente con condizione di pagare, in capo all'anno, o mese, qualche determinata quantità sopra il dato o ricevuto dato a censo.

La quantità data o ricevuta a censo si dice fondo principale ovvero capitale. Quel tanto poi che si paga in capo all'anno o mese, si dice o merito, frutto, utile, o pro' del capitale medesimo.

Il censo altro è semplice, quando si paga il frutto del solo capitale, altro è doppio, o composto ed è quando oltre il frutto del capitale, si dee ogni anno pagare il frutto di frutto non pagato negl'anni precedenti.

Ora trattaremo de' semplici, indi de' composti separatamente.

Problema I.

Dato un capitale di Ducati corr.ti 1112 $\frac{3}{4}$. Quanto renderanno di pro in capo all'anno a ragione di Duc.ti 4 $\frac{1}{2}$ per 100 pure all'anno?

Questo non porta difficoltà. L'esperienza [illegible]

Se il capitale 100 mi rende di pro $4\frac{1}{2}$, qual pro mi renderà il capitale $1112\frac{3}{4}$? Operando per la regola semplice diretta, si avrà Duc.ti 50 : 0 : 9 : 6 $\frac{74}{}$.

Problema II.

Uno piglia a censo Duc.ti corr.ti $1112\frac{3}{4}$ a ragione di $4\frac{1}{2}$ per 100 l'anno. In capo all'anno paga il pro corrispondente, cioè Duc.ti 50 : 0 : 9 : 6 $\frac{74}{00}$; e in capo al mese ottavo dell'anno seguente fa la francatione del medesimo capitale: si cerca quanto dovrà pagare di pro per la rata di tempo di questi mesi 8?

Riducendo i dati Duc.ti 50 : 0 : 9 : 6 $\frac{74}{}$ a una sola frattione, diviene $\frac{7450974}{148800}$, cioè $\frac{40053}{800}$.

Ciò fatto, si inferisca: se anni 1, cioè mesi 12 mi rende un pro $\frac{40053}{800}$, che mi renderanno mesi 8? Fatta l'operatione, si avranno Ducati 33 $\frac{153}{400}$.

Problema III.

Dato il capitale di Duc.ti $1112\frac{3}{4}$ al dato pro del $4\frac{1}{2}$ per 100 all'anno, quanto renderà di utile in anni 1 mesi 8, cioè anni $1\frac{2}{3}$?

I [illegible] ragione [illegible] dei [illegible], e di [illegible]:
[illegible]

[illegible] Pro

$$C\frac{100}{1} : C\frac{4451}{4} :: \frac{9}{2}$$

$$An.\frac{3}{1} :: Am.\frac{5}{3}$$

Tolte le frazioni

	$\frac{800}{3}$	: $\frac{4451}{5}$	:: 9 : Pro
[illegible]	$\frac{160}{1}$	$\frac{4451}{1}$	3 Pro

Laonde $160 : 4451 :: 3 : P$

$$\text{3}$$

Diviene $\frac{13353}{160}$, cioè D.^ti $83\frac{73}{160}$

128
55
48
0

Problema IV.

Tizio prese a censo Duc.^ti corr. $1204\frac{7}{8}$ a ragione di D.^ti $5\frac{1}{2}$ il 100 all'anno. Dopo certo tempo restituì il capitale, con D.^ti $240\frac{1}{5}$ di frutto. Si cerca in quanto tempo ha prodotto il dato capitale.

I tempi sono nella ragione diretta dei frutti, ma nella inversa dei capitali, onde sarà

$F\frac{11}{2}$	$F\frac{1204}{5}$	A 1 : [illegible]
Cap. $\frac{14439}{8}$	Cap. $\frac{100}{1}$	
55	1204	16
14439	100	

Riducendo, risulta. Anni $2\frac{67622}{158829}$.

Probl. V.

Sempronio prese a Livello una certa quantità di Fiorini al censo del $5\frac{1}{2}$ per 100 all'anno. In capo di anni 4 Gior. 24 diede per frutto di tutto questo tempo al Padrone Fiorini $120\frac{3}{5}$. Si cerca il capitale?

I capitali sono nella ragione diretta dei prodi, ma nell'inversa dei tempi, onde sarà

Pro $\frac{11}{2}$: Pro $\frac{603}{5}$ :: Cap. 100 : Cap.

An $\frac{61}{15}$: An $\frac{1}{1}$

Fatte le necessarie operazioni, sarà il capitale cercato Fiorini $539\frac{131}{671}$.

Probl. VI.

Fiorini 4640 in mesi $7\frac{1}{2}$ mi hanno guadagnato Lire $230\frac{4}{5}$. Si cerca, Lire 1000 quanto mi guadagneranno al giorno? Lire

Lire 23200 : Lire 1000 :: Lire $\frac{1154}{5}$: ?

Tem. Gi. 225 : Tem. Gi. 1

Fatte le necessarie operazioni risulta £ 0 ʒ 0. D 1 $\frac{266}{435}$

Probl. VII.

Dato un capitale di Scudi $1340\frac{3}{4}$ a ragione del $5\frac{1}{2}$ per 100 all'anno. Si cerca in quanto tempo con li suoi frutti diverrà 10000.

℟. Da scudi 10000 sottrac. S. $1340\frac{3}{4}$. Resteranno scudi $8659\frac{1}{4}$ pel pro del termine deficiente

℟. Poiché i tempi sono nella ragione diretta dei prodi, e nell'inversa dei capli, sarà

Pro $\frac{11}{2}$: Pro $\frac{34637}{4}$ :: Ann. I : An
$\frac{5363}{4}$ Cap. 100

Fatte le necessarie operazni risulta Anni 117 $\frac{25219}{58993}$.

Annotazione.

Se si cerchi in quanto tempo il dato caple con i suoi frutti al dato censo, divenga doppio, triplo, quadruplo, ec. per regola generale si opererebbe come nel probl. VII già risolto. Ma in pratica, trattandosi del doppio basterà dividere il 100 pel suo pro $5\frac{1}{2}$, se il triplo 200 per $5\frac{1}{2}$, pel quadruplo 300 per $5\frac{1}{2}$, ec. il quoto sarà il tempo cercato

Dei Sconti semplici

Capo X.

Lo sconto a ragione di un tanto per 100, per 1000, ec è un operazione opposta al censo. E siccome 100 meritando il 10 per 100 all'anno diviene in capo all'anno 110, così scontando decresce in ragione di 110 a 100; e resta $90\frac{10}{11}$.

Questione I.

Uno è creditore di lire 2800 da pagarsi in capo all'anno, ma per averle subito rilascia per pro lo sconto a ragione del 10. per 100. Quanto riceverà presentemente per saldo?

Si faccia: siccome 110 a 100, così 2800 al quarto termine; cioè $2545\frac{5}{11}$, e tante lire dovrà dare di presente per saldo.

Questione II.

Un'altro in capo ad anni 4 mesi 8 deve pagare lire $1204\frac{3}{4}$. Ma per avere lo sconto a ragione del $7\frac{1}{2}$ per 100. vorrebbe

esborsarle subito. Si cerca quanto dovrebbe sborsare? Operando, si avrà esser il saldo 889
892 $\frac{11}{27}$.

Questione III. simile.

Tizio è creditore di Scudi 840 $\frac{2}{3}$ pagabili termine mesi 10 $\frac{3}{4}$; ma per averli subito rilascia lo sconto a ragione del 2 $\frac{1}{2}$ per 100 al mese. Quanto riceverà presentemente per saldo?

Operazione I.

$$\text{Mesi } 1 : \text{Lire } \frac{5}{2} :: \text{mesi } \frac{43}{4} : \text{Lire}$$

$$\text{Lire } \frac{215}{8} = 26\frac{7}{8}$$

Operaz.ne II.

$$126\frac{7}{8} : 100 :: 840\frac{2}{3} :$$

$$\frac{1015}{8} : \frac{100}{1} :: \frac{2522}{3}$$

$$3045 : 800 :: 2522 :$$

$$609 : 160 :: 2522$$

```
  2522
   160
403520 = Cap. scont.° 662 362/609
 609
3654
 3812
 3654
 -1580
  1218
  -362
```

Prova.

Al capitale scontato si trovi il suo pro, il quale aggiunto al medesimo capitale dovrà restituire il dato, come in figura

$\frac{100}{1} : \frac{403320}{609} :: \frac{5}{2} : P$

$1 : 1 :: \frac{43}{4}$

Tolte le fraz.

60900 : 403320 :: 5 :

8 : 43

Deprimendo

609 : 2522 :: 1

1 : 43

Componendo

609 : 108446 :: 1 :

Divid. $\frac{108446}{609} = 178\frac{44}{609}$

609
4754
4263
4916
4872
44

Pro cercato $178\frac{44}{609}$

Capitale scontato $562\frac{362}{609}$

Somma. Torna $840\frac{406}{609} = \frac{2}{3}$

106

Aritmetica.

Sessione V.

Questione IV

Pietro deve pagare in diversi tempi le seguenti somme

Termine anni 1 .. £ 600 : -

Termine anni 2 . 804 : -

Ma per avere l'avvantaggio dello sconto al 4 per 100 all'anno vuole pagarle di presente. Quanto dunque dovrà sborsare?

Operazione I.

104 : 100 :: 600 :

Sempl. 13 : 25 :: 300 :

Si trova il quarto term. $\frac{7500}{13} = 576\frac{12}{13}$

Operazione II.

108 : 100 :: 804 :

Sempl. 9 100 :: 67

Si trova il quarto term. $\frac{6700}{9} = 744\frac{4}{9}$

Somma dunque scontato --- $1321\frac{43}{117}$

Questione V.

Sempronio deve fare in diversi tempi i seguenti pagamenti

Termine mesi 3 — £ 124 : -

Termine mesi 5 — : 200

Termine mesi 8 — : 240 : -

Per avere lo sconto del 2 per 100 al mese le sborsa subito. Si cerca quanto.

Terza.

106 : 100 :: 124 :

$\frac{12400}{106} = \text{℥}\ 116\frac{104}{106} = \frac{52}{53}$

```
12400
106
180
106
740
636
104
```

Quarta.

110 : 100 :: 200

$\frac{2000}{11} = \text{℥}\ 181\frac{9}{11}$

Quinta.

116 : 100 :: 240

$\frac{24000}{116} = \text{℥}\ 206\frac{104}{116} = \frac{26}{29}$

```
24000
116
232
 800
 696
 104
```

Somma delle quantità scontate ℥ 505 $\frac{11765}{16907}$, e tanto dee esborsare Sempronio di presente per saldo.

Questione VI.

Uno prese a censo una certa quantità di Scudi a ragione del 6 per 100 all'anno. In capo ad anni 7. restituì per saldo tra capitale, e frutti Scudi 4640. Si cerca il Capitale, e frutti separatamente

Operaz.e I.

An. Pro An. Pro

1 6 7 :

Pro 42

Operaz.e II.

142 : 100 :: 4640 :

Depr. 71 : 100 :: 2320 :

Si ha per q.to 3.na $\frac{232000}{71}$ = Sc 3267 $\frac{43}{71}$

Capitale cercato Sc. 3267 $\frac{43}{71}$

Dunque i frutti Sc. 1372 $\frac{28}{71}$.

Quest. VII. simile.

Dato un certo Capitale al 5 $\frac{1}{2}$ p % all'anno, restituisce per saldo il Livellario in capo ad anni 10 $\frac{2}{3}$ tra Capitale e frutti Lire 5702 $\frac{7}{8}$. Si cerca il Capitale, e frutti separatamente

Operaz.e I.

An Pro An Pro

1 : $\frac{11}{2}$ :: $\frac{32}{3}$

Tolte le frat. e deprim.

3 : 11 :: 16

Onde il pro di 100 in ~~anni 10 $\frac{2}{3}$~~ è 58 $\frac{2}{3}$

Operaz.e II.

158 $\frac{2}{3}$: 100 :: 5702 $\frac{7}{8}$:

Cioè $\frac{476}{3}$: 100 :: $\frac{45623}{8}$

Tolt. le frat. 3808 300 : 45623 :

Depr. 952 : 75 :: 45623 :

$952 : 75 :: 45623 :$

$$\begin{array}{r} 45623 \\ 75 \\ \hline 228115 \\ 319361 \\ \hline 3421725 \\ 952 \\ \hline 2856 \\ 5657 \\ 4760 \\ \hline 8972 \\ 8568 \\ \hline 4045 \\ 3708 \\ \hline 337 \end{array}$$

$3421725 = ƒ 3594 \frac{337}{952}$

Capitale cercato ƒ 3594 e $\frac{337}{952}$ il quale sottratto dalla data quantità 5702 $\frac{7}{8}$ resta per la quantità dei frutti cercati 2108 $\frac{496}{952}$.

Questione VIII.

Dato un capitale 640, e dato il frutto 224 pagato per anni 7. Si cerca il censo annuo pagato per 100?

Operaz.e

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & & C & C \\ & 640 & : & 100 & :: & 224 : & \\ & 7 & : & 1 & & & \\ \hline \text{Depr} & 8 & : & 5 & :: & 56 : & C \\ & 7 & : & 1 & & & \end{array}$$

compon. 56 : 5 :: 56 :

E risulta 5 pel pro° cercato.

Dei Censi doppj, ossia Composti
Capo XI.

Censo, ossia Livello composto è quando oltre il frutto del Capitale, si esige anco il frutto di frutto dell' anno, o mese precedente, come si è spiegato sopra. La massima parte di simili problemi dipende dall' Analisi, e compendio de' numeri Logaritmi. Noi qui daremo un saggio di alcuni, più piani e facili in simil genere ne seguenti Esempi.

Questione 1.

Dato un Capitale di Scudi 500. a ragione del 10 per 100 all' anno. si cerca quanto monterà in 3 Anni con li suoi frutti, e frutti di frutti?

Si ~~facci~~ applichi tante volte la regola del Tre, quanti sono gli anni proposti, aumentando il Capitale nella data ragione, e assumendo sempre per terzo termine, la quantità trovata nella proporzione precedente; il che facendo, sarà nel caso nostro

Del imo anno 1|00 : 110 :: 5|00 ?

E diviene 550

Del 2do. 1|0|0 : 11|0 :: 55|0 : ?

Diviene 605

Del 3zo 10|0 : 11|0 :: 605 : ?

E risulta 665.5, cioè $665\frac{1}{2}$, quantità cercata

Annotatne.

Ma se oltre l'intero numero di anni vi fosse qualche frattione di anno, come $\frac{1}{2}$, secondo gli Autori di Aritmetica prattica s'inferirebbe di nuovo: sicco= me 100 a 105, così 665.5 al quarto pro= porzionale: ma questa regola non è senza errore considerabile, specialmente se le date quantità sono numeri grandi, come se sieno maggiori di 1000

Questione II.

Dato un Capitale 1000 a ragione del 10 per 100 all'anno: si cerca in quanti an= ni con li suoi frutti, e frutti di frutti mon= terà 1331?

Operando giusto il metodo precedente, fatte tre operationi si troverà appunto 1331, si avranno dunque anni 3. precisamente

Annotatione.

Ma se vi è avvanzo, non potrà la porzione

di anno determinarsi esattamente per la regole dell' Aritmetica volgare, ma solo per approssimatione, come nel seguente esempio

Dato un' Capitale 1000 a ragione del 10 per 100 all'anno. In quanti anni con li suoi frutti, e frutti di frutti diverrà 1940?

Operando, come sopra in fine della sesta operatione si trova che monta il detto Capitale a 1771·561, Onde perche non può pervenire all' anno settimo, dalla data quantità 1940 sottraggasi 1771·561, mancherà ancora per arrivar' al Capitale 168·439

Vedasi inoltre quanto renda di frutto in un' anno al dato censo 10 la detta quantità 1771·561, il che operato, verrà 177·1561

Indi s' inferisca: se 177·1561 ricerca 12 mesi di tempo, che 168·439? E si averà per quarto termine Mesi 11 $\frac{725509}{1771561}$ prossimamente.

Questione III.

Titio prese a censo una certa quantità di Ducati a ragione del 5 per 100 all' anno. In capo ad anni 4 diede fra frutto, e frutto di frutto al Padrone D.ti 1240. Si cerca il Capitale?

Per trovar' il capitale si divida la data quantità 1240 per la data ragione $\frac{105}{100}$, ovvero $\frac{21}{20}$ elevato al grado di potenza analogo al numero degli anni (nel caso nostro al quarto) meno l'unità, come segue.

$$1240 : \overline{\frac{21}{20}}^{4} - 1$$

Cioè $1240 : \frac{194481}{160000} - \frac{1}{1}$

Ovvero $\frac{1240}{1} : \frac{34481}{160000}$

E risulta $\frac{198400000}{34481} = 5742\,\frac{10098}{34481}$

```
34481
172405
-259950
 241367
 -145830
  137924
  --79060
   64962
   10098
```

```
194481
160000
 34481
160000

  1240
160000
198400000
```

Ovvero, per determinare il capite si moltiplichi 100 alzato al quarto grado nel dato frutto 1240, e il prodotto dividasi per 105 alzato al quarto grado, meno 100 alzato al medesimo grado di potenza.

Questione IV.

Sempronio prese a censo un Cap.le 1000, e in capo ad anni 3 restituì al Padrone tra Cap.le, e frutti con frutti di frutti 1331. Si cerca la ragione dell'aumento, e del frutto, cioè il censo di 100?

Si divida il dato frutto 1331 pel Cap.le proposto, sarà il quoto $\frac{1331}{1000}$; dai termini di questa frazione estraggasi la radice analoga al n.° degl'anni proposti, nel caso nostro, la radice terza, e sarà la ragione dell'aumento $\frac{11}{10}$, cioè come 10 ad 11, ovvero come 100 a 110, e però il censo di 100 fu 10.

Questione V. simile

Il Cap.le è 840. il frutto di censo doppio in fine del terzo anno è 1200. Si cerca la ragione dell'aumento, e del frutto?

Operando nel modo prescritto, cioè estratta la radice terza dalla quantità $\frac{1200}{840}$ con due decimali, risulta $\frac{29619}{84000}$, e questa è la ragione dell'aumento. Dunque sottratto 84000

da 94619, e col residuo 10619 inferendo: siccome 94619 a 10619, così 100 al 4.to proporzionale, si ha $11\frac{21091}{94619}$, e tale si è il frutto di 100.

Capo XII.

Dei Sconti composti

Lo sconto composto è un'atto contrario al censo composto, però inteso l'uno, necessariamente s'intende l'altro. Per maggiore capacità propongo qui due esempi

Questione I.

Dee Tizio depositare un capitale di fatto a ragione del 10 per 100, che in anni 3 con li suoi pro, e pro di pro monti a 1331. Si cerca il Capitale?

Questa è opposta alla prima dei censi, però si farà

Del I. anno 110 : 100 :: 1331 : ?

E si ha per questo 3.no 1210.

Del II. anno 11 : 10 :: 1210 : ?

E sarà il 4.to 3.no 1100.

Del III. anno 11 : 10 :: 1100 : ?

E risulta 1000 Capitale cavato da depositarsi.

Nota. Che se oltre l'intero num.° degli anni v'intervenisse una porzione di anno, si osservi quanto è stato avvertito nella quest. citata.

Quest.e 11.

Uno in capo a 3 anni dee pagare D.i 800: ma sborsandoli subito gli viene rilasciato lo sconto a ragione del 10 per 100 all'anno, con li frutti, e frutti di frutti. Si risolve, quanto dovrà esborsare di presente col d.o sconto.

Questo si risolve come il preced.te

1.° anno 11 : 10 :: 800 : [illegible]

viene $\frac{8000}{11}$

2.° anno 11 : 10 :: $\frac{8000}{11}$

viene $\frac{80000}{121}$

3.° anno 11 : 10 :: $\frac{80000}{121}$

viene $\frac{800000}{1331}$ cioè 601 $\frac{69}{1331}$

tanto dee sborsare di presente col d.o sconto.

Capo XIII.

Dei calcoli a scala.

Questi o sono di censo semplice, o versano sul censo composto. Si dicono di censo semplice, quando i frutti non si mettono a conto di capitale, e li pagamenti fatti a conto, si diffalcano dal solo capitale, si appellano di censo composto, quando i frutti si convertono in capitale, e i pagamenti fatti a conto si diffalcano dal capitale, e interessi insieme.

Problema 1. di censo semplice.

L'anno 17[illegible]. 14 7bre Tizio pigliò a livello lire 8200 a ragione del 5 per 100, e fece a conto i seguenti pagamenti

li 13. 8bre 1792 L 1400
li 12 detto 1794 3074:-

Si cerca quanto deve ancora per saldo li 24. 9bre 1795.

I. Si trovino ... erenze del t... o corso in un epoca all' altra, incominciando a contare i mesi dal Gennajo, e sottraendo la minor quantità dalla maggiore, come segue

Anni	mesi	gior	Anni	mesi	gior	Anni	mesi	gior
1792	9	13	1794	7	12	1796	10	24
1790	6	14	1792	9	13	1794	7	12
2	0	20	1	9	29	2	3	12
cioè $\frac{749}{360}$			cioè $\frac{65}{360}$			cioè $\frac{137}{360}$		

II. Si cerchi Intestato il cap.e da una parte verso destra, si cerchi nelle tavola dei censi semplici il pro del dato capitale sino alla seconda epoca, e ... to pro si scriva in altra colonna a sinistra

III. Dal dato ... le si sottragga il primo pagamento, e si noti il residuo.

IV. Si cerchi il pro del capitale residuo il quale sottoposto nella colonna sinistra, si sottragga il 2do pagamento dal capitale residuo, e così procedendo di mano in mano sino all' ultimo pagamento.

V. La somma dei prodi si aggiunga all' ultimo residuo di capitale, il risultato sarà quanto deve darsi per saldo, come in figura ...

Cap.le formato li 14 7bre 1790 - - - ƒ 8200

Pro sino li 13 8bre 1792
d'anni 2:0.. - ƒ 853 $\frac{1}{36}$

li 13 8bre 1792 pagate - ƒ 1400:-

Capitale residuo - - - - - ƒ 6800:-

Pro di questo Cap.le
sino li 12 Agosto 1794 ƒ 622 $\frac{14}{36}$

li 12 Ag.o 1794 pagate - - - ƒ 3004:-

Cap.le residuo - - - - - ƒ 3796

Pro di questo Cap.le
sino li 24 9bre 1796 ƒ 433 $\frac{113}{300}$

Somma dei pro.ti - - ƒ 1908 $\frac{112}{150}$ la quale aggiunta al Cap.le residuo 3796 fa 5704 $\frac{112}{150}$, e tanto deve ancora Tizio per saldo.

Probl. 11. di censo compo.sto

L'anno 1780. 13 Agosto prese Tizio a livello D.ti 10000 al censo del 10 per 100, e fece in diversi tempi a diffalco del capitale, e interessi i seguenti pagamenti

li 13 9bre 1782. D.ti 2000:
li 13 . [illegible] 1783 . D.ti 5000:

si cerca di quanto sarà ancora debitore li 13 Agosto 1784?

I. Si trovino le differenze di tempo, come sopra.

II. Si cerchi colle regole dei livelli composti quanto monti il capitale con li suoi interessi dalla prima epoca alla seconda.

III. Dal risultato si sottragga il primo pagamento, e si noti il residuo

IV. Si determini quanto monti il capitale residuo con li suoi interessi, dalla seconda epoca alla terza, e di nuovo dal risultato si sottragga il secondo pagamento, e così etc., l'ultimo risultato sarà quanto deve Tizio per saldo; ecco l'operazione.

Il capitale 13 Agosto 1780 con li suoi interessi sino li 13 9bre 1782 diviene D.ti 12391·61

Li 13 9bre 1782 pagati - - - - " 2000·

Capitale residuo - - - - - - D.ti 10391·61

Diviene questo capitale con li suoi frutti sino li 13 Feb.o 1783 - - - D.ti 10642·0478

Li 13 Feb.o 83 pagati " 5000·

Capitale residuo - - - - - - - D.ti 5642·0478

Diviene questo capitale con li suoi frutti sino li 13 Ag.to 84. D.ti 6509·1177

E tanto deve Tizio per saldo.

Problema III.

Di censo semplice

del assegnamento d'un'annua pensione a difalco di capitale in dato tempo.

Pietro li 14. Luglio 1780 piglio a Livello Ducati 2040 a ragione del 6 per 100 all'anno, ed a difalco del capitale assegnò l'annua somma di D.ti 500. si cerca di quanto sarà ancora debitore li 16 Ottobre 1784? cioè in capo, ed anni 4 $\frac{31}{180}$.

[illegible] somma, si mette [illegible] [illegible] [illegible] riceve, [illegible] mo, e come segue.

Capitale 14 Luglio 1780		D.ti 2040.
Suo pro annuo	D.ti 122.4	
si paga l'annua somma		D. 500
Capitale residuo		D. 1540
Suo pro	D. 92.4	
si paga l'annua soma		500
Capitale residuo		D 1040
Suo pro	D. 62.4	
si paga l'annua soma		D. 500
Capitale resid.o		D. 540
Suo pro	D. 32.4	
si paga l'annua soma		D. 500
Capitale resid.o		D. 40
Suo pro per $\frac{31}{180}$ [illegible]	D. —	

Pagando l'annua somma [illegible] non [illegible]

un capte. residuo, essa si sottrarrà dal detto capitale unito ai suoi prodi, cioè da 350 $\frac{1}{75}$ il che fatto, vi sarà ancora l'altro per saldo escorpare D.ti 263 $\frac{609}{670}$

~~La porzione~~ Probl. IV

Il censo congiunto
dell'assegnamento di un'annua
pensione a un dato tempo a
diffalco di capitale, e
interessi insieme.

Sinio prese un capte di Ducati 200 il 10 per 100, ed a diffalco di capte, e frutti in[...] pagò l'annua pensione di D.ti 60. Si [...] di quanto sarà ancora debitore in fine dell'anno quarto

Il dato Capte 200. diviene col suo pro in fine del primo anno - - - - - - - - - - - - D.ti 220:-
Si diffalca l'annua pensione di - - - - 60:-

Capte residuo - - - - - - - - - - - - - D.ti 160:-
Diviene questo co[n] li suoi frutti il 2.do anno - - - - - - - - - - - - - - - 176:-
Si diffalca l'annua pensione di - - - - - - 60
Capte residuo - - - - - - - - - - D.ti 116:-
Diviene questo con li suoi interessi in fine del

3.zo anno - - - - - - - - - - - - - - - - Dti 127.0

Si diffalca l'annua pensione di - - - - 60: -

Capital residuo - - - - - - - - - - - - - Dti 67.0

Divieni questo con li suoi frutti in fine del 4to

anno - - - - - - - - - - - - - - - - - - Dti 74.30

Si diffalca l'annua pensione di - - - 60:

Capital residuo - - - - - - - - - - - - Dti 14.36

E tanto deve ancora Tizio per saldo spirati i quattro anni.

Problema V
di censo consegnato
all'ascenamento di una pensione annua ad estinzione di capitale e interessi insieme.

Prese Tizio a livello Duc.ti 150 a ragione del 10 per 100, e ad estinzione del capitale e interessi spegna l'annua pensione di Duc.ti 50 si cerca il tempo, in cui esso capitale rimarrà estinto?

Per gli anni interi si operi, come nel probl. precedente e sarà il numero degl'interi, come il numero delle dimensioni.

Per determinare poi la frazione di anno, ecco la regola

I. Il dato cap.le alzato alla potenza, il cui grado ecceda per l'unità il tempo degl'interi trovato nella prima operaz.e si moltiplichi nella pensione annua

II. La somma del cap.le col suo pro annuo si alzi alla potenza analoga al tempo degli interi trovato sopra, il prodotto si moltiplichi nel pro annuo, e di nuovo questo prodotto nell'annua pensione menomata dallo stesso pro

III. Questo risultato si sottoscriva al primo in forma di frazione, da cui se sottragga il capitale diviso pel annuo pro, sarà la differenza la frazione che si cerca

Operazione I. per gl'interi.

Il dato cap.le 150 diviene col suo pro in fine

del 1. anno — — — — — —	D.ti	165
si difalca l'annua pensione — —	D.ti	50
cap.le residuo — — — — — —	D.ti	115
Diviene questo con li suoi frutti		
in fine del 2.° anno — — —	D.ti	126.5
si difalca l'annua pensione	D.ti	50.
Cap.le residuo — — — — .	D.ti	76.5
Diviene questo con li suoi frutti		
in fine del 3.° anno — — — —	D.ti	84.15
si difalca l'annua pensione — —	D.ti	50.
cap.le residuo — — —	D.ti	34.15

Si vede che non viva più un'anno, però il n.° degl'interi, nel caso nostro, è 3.

Operazione II.

per la frazione di anno.

$$\frac{150^4 \times 50}{15 \times 165^3 \times 35} = \frac{150}{15}$$

```
        150
        150 __2
      22500
        150 ____3
     3375000
        150 ___4
   506250000
         50
 25312500000

      165
      165
      825
     990
    165 ____2
    27225
      165
   136125
  163350
   27225 __3
  4492125
       15
  67381875
       35
  336909375
 202145625
 2358365625
```

$$s\left(\frac{25312500000}{2358365625}\right.$$

$$s\left(\frac{5062500000}{471673125}\right.$$

$$s\left(\frac{1012500000}{94334625}\right.$$

$$s\left(\frac{202500000}{18866925}\right.$$

$$s\left(\frac{40500000}{3773385}\right.$$

$$\frac{8100000}{754677} \longmapsto \frac{10}{1}$$

Ridotte divengono

$$\frac{8100000 - 7546770}{754677}$$

Frazione cercata $\frac{553230}{754677}$

Sicchè il capitale si estingue in Anni 3 $\frac{553230}{754677}$

Problema VI

Dato il tempo di anni 3, la pensione [illegible] 100, la ragione dell'aumento di 100 a 105, ovvero 20 a 21. Trovar il capitale?

La data ragione $\frac{21}{20}$ innalzata alla [illegible] [illegible] il tempo dato nel [illegible] [illegible], alla [illegible] terza, si moltiplichi nella detta pensione: [illegible] si sottragga [illegible] [illegible] il residuo

II. La ragione data $\frac{21}{20}$ s'inalzi alla potenza il cui grado esprime per l'unità il tempo prodotto maggiore; e la detta ragione alzata alla potenza uguale al tempo dato, e si detti il residuo

III. Il residuo primo, si divida pel secondo, il quoto sarà il tempo che si cerca

Esempio $\frac{21}{20}$ Potenza I.

$\frac{21}{20} \times \frac{21}{20} = \frac{441}{400}$ Poten. II.

$\frac{441}{400} \times \frac{21}{20} = \frac{9261}{8000}$ Poten. III

$\frac{9261}{8000} \times \frac{21}{20} = \frac{194481}{160000}$ Poten. IV

Poten. III. $\frac{9261}{8000} \times \frac{100}{1} = \frac{9261|00}{80|00}$

$\frac{9261}{80} - \frac{100}{} = \frac{9261 - 8000}{80}$

$= \frac{1261}{80}$ Residuo I.

$\frac{194481}{160000} - \frac{9261}{8000} = \frac{194481}{160000} - \frac{185220}{160000}$

$= \frac{9261}{160000}$ Residuo II.

$\frac{1261}{80} : \frac{9261}{160000}$

$2017600000 = 272 \frac{2008}{9261}$ tempo cercato

74088	172240
148176	148176
535840	24064
518616	74088 = $\frac{3008}{9261}$

Probl. VII.

Dato il cap.le $272\frac{3008}{9261}$, la ragione dell'aumento 100 : 105, ovvero 20 : 21, e il tempo di anni 3 in cui si è aumentato il dato cap.le, si cerca la pensione annua onde estinguere il cap.le così aumentato in altri anni 3.

I. La ragione $\frac{21}{20}$ elevata alla potenza, il cui grado ecceda per l'unità il tempo dato, si moltiplichi nel cap.le proposto, e dal prodotto sottratta la stessa ragione elevata alla potenza analoga al dato tempo, e moltiplicata nello stesso cap.le, si noti il residuo.

II. Dalla ragione $\frac{21}{20}$ elevata alla potenza analoga al tempo dato si sottragga l'unità, e si noti il residuo.

III. Il residuo primo si divida pel residuo secondo, il quoto sarà la pensione cercata.

Applicazione della prescritta regola alla soluzione del prob.

I. La ragione $\frac{21}{20}$ elevata alla potenza quarta diviene $\frac{194481}{160000}$ la quale moltiplicata nel num. $\frac{2522000}{9261}$ si ha $\frac{9082983}{27440}$

La ragione $\frac{21}{20}$ elevata alla potenza terza, e moltiplicata nello stesso, egli diviene $\frac{1261}{4}$, la quale tolta da $\frac{9082983}{27440}$, sarà il primo residuo $\frac{1730092}{109760}$.

II. La ragione $\frac{21}{20}$ alla potenza terza elevata, e diffalcata dall'unità ~~diviene~~ rimane pel 2do residuo $\frac{1261}{8000}$.

III. Diviso il primo residuo $\frac{1730092}{109760}$ pel secondo $\frac{1261}{8000}$, si ha $\frac{13840736000}{138407360}$, cioè 100.

[illegible]

Sermon 6.

Capo XIV.

Ridurre due, o più termini d'interesse, o di tempo a un solo termine medio.

Problema I.

Dati due, o più capitali a diverso interesse ridurli al medesimo interesse.

I. Si moltiplichi ciascun capitale nel suo interesse, e si notino i prodotti.

II. La somma dei detti prodotti si divida per la somma dei capitali, il quoto sarà l'interesse che si cerca.

Questione

Pietro pigliò a censo da Paolo li seguenti capitali: Scudi 500 al 7 per cento, Scudi 450 al 4 per cento, e Scudi 342 al 3 per cento. Volendo ridurli al medesimo interesse, quale sarà l'interesse medio?

Risoluzione

500	per 7. Prodotto	3500	
450	per 4. Prodotto	1800	A
342	per 3. Prodotto	1026	B
1292		6326	

Dividendo la somma de' prodotti 6326 per 1292 somma de' capitali, si ha $\frac{6326}{1292}$ ovvero $\frac{3163}{646}$, cioè $4 + \frac{579}{646}$

Prova

Si moltiplichi l'interesse medio nella somma de' capitali, e dal prodotto sottraggasi la somma de' prefati prodotti meno uno qualunque, la differenza dovrà uguagliarsi al prodotto nella seconda somma escluso. Ecco

$\frac{3163}{646}$ per $\frac{1292}{1}$ Prod. $\frac{4086596}{646}$,

da cui sottratto 2826 somma de capitali A, B torna 3500. Prodotto escluso.

Problema 11.

Dati due, o più capitali affrancabili in diversi tempi, ridurli a un solo termine, o pagamento.

La regola è simile alla precedente, cioè si moltiplica ciascun capitale nel suo tempo, e la somma dei prodotti si divide per la somma dei pagamenti

Questione

Dati tre capitali, cioè 120 da pagarsi adizio in capo ad anni 5, 180 da pagarsi in capo ad anni 3, 200 da pagarsi dopo anni 2. Volendo pagarli in un sol termine, quale sarà il tempo?

Risoluz.e

120	per	5.	prod.o		600
180	per	3.	prod.o		540
200	per	2.	prod.o		400
500					1540

La somma de' prodotti è 1540, la quale divisa per 500 somma de capli, si hanno anni 3 $\frac{2}{25}$, cioè mesi 0, giorni 28 $\frac{4}{5}$.

Altro Esempio:

Uno compra una casa per Ducati corr.ti 8000 adì 12 Luglio 1780. In tale contratto egli esborsa Duc.ti 1000, obbligandosi per il rimanente a supplire in rate, come segue

Li 14 7bre 1781 D.ti 3000
Li 24 Maggio 1782 D.ti 2000
Li 9 Agosto 1784 D.ti 2000

Ora volendo ridurre questi pagamenti ad un solo termine, a qual epoca dovrà farsi?

Trovate le differenze di tempo, la prima rata 3000 si dovrà pagare nel termine di anni 1. mesi 2. gior. 2: la seconda 2000 termine anni 1. mesi 8. gior. 12; la terza 2000 termine anni 3. mesi 8. gior. 27. le quali ridotte in giorni, si avranno per la prima Giorni 422, per la 2da gior 612 e per la terza gior. 1347

Moltiplicando dunque ciascuna rata nel suo tempo, sarà

3000	per 422.	Prod.o	1266000
2000	per 612.	Prod.o	1224000
2000	per 1347.	Prod.o	2694000
7000			5184000

E dividendo 5184000, somma de' prodotti, per

7000 somma dei pagamenti si trova che il tempo medio è Giorni 740 $\frac{4}{7}$, i quali ridotti in Anni, mesi, &c. si avranno Anni 2. mesi 0. Gior 20 $\frac{4}{7}$. Laonde alla data epoca 1780 12 Luglio, cioè ad anni 1780 mesi 6 Gior. 12 aggiungendo il tempo medio trovato d'Anni 2 mesi 0 Gior. 20 $\frac{4}{7}$ si avranno anni 1782 mesi 7 Gior 2 $\frac{4}{7}$, cioè l'intero pagamento dovrà effettuarsi li 2. Agosto 1782. Avvertendo che il mese si è computato di giorni 30. giusto il costume mercantesco.

Riduzioni composte
d'interesse, e di tempo

Quando si tratta di ridurre due, o più capitali di diverso interesse, e diverso tempo ad un solo capitale d'un medesimo interesse e medesimo tempo, si osservino le seguenti regole:

I. Si moltiplichi ciascun capitale nel suo interesse, la somma di prodotti divisa per la somma di capitali darà l'interesse medio che si cerca

II. Si moltiplichi poi ciascun prodotto nel tempo rispettivo e l'aggregato di nuovi prodotti diviso pel aggregato de' primi, sarà il tempo intermedio cercato

Que

Questione

Sono pagati a Tizio i seguenti capiti con questo ordine, e condizione: Sc. 1000 al 5 per 100 nel termine di anni 2.; Sc. 2000 al 6. per 100 dentro anni 3., e Sc. 3000 al 7. per 100. al fine di 4. anni volendo pagarli tutti al medesimo interesse, e tempo si cerca a quell'interesse, e tempo dovrà sborsarli?

Moltiplicando ciascun capitale nel suo interesse, si avrà

Sc.	1000	per 5.	Prodotto	5000
Sc.	2000	per 6.	Prodotto	12000
Sc.	3000	per 7.	Prodotto	21000
onde Sc.	6000			38000

e dividendo 38000 somma de' prodotti, per 6000 somma de' capiti, sarà l'interesse medio Sc. 6 $\frac{1}{3}$ per 100.

Moltiplicando poi li rispettivi prodotti ne' tempi rispettivi, si avrà.

5000	per 2.	Prodotto	10000
12000	per 3.	Prodotto	36000
21000	per 4.	Prodotto	84000
38000			130000

e dividendo 130000, aggregato de' nuovi prodotti per 38000 aggregati de' primi, si ha pel tempo cer-

cor;

cato anni 3 $\frac{8}{19}$

Si esamini questa risoluzione, cercando il frutto di ciascun capitale al dato censo, e tempo; e parimenti il frutto di tutti i Scudi 6000. al censo di Sc. 6 $\frac{1}{3}$ per 100 nel tempo di anni 3 $\frac{8}{19}$ e si vedrà prodursi un ugual frutto di Sc. 1300

Annotazione.

Se invece del commune interesse si cerchi prima il tempo medio si troverà anni 3 $\frac{1}{4}$, quantità minore del tempo 3 $\frac{8}{19}$; ma risulterà poi ancora l'interesse commune Scudi 6 $\frac{1}{2}$, quantità maggiore dell'interesse 6 $\frac{1}{3}$ determinato prima; il che ugualmente soddisfa alle condizioni del problema, risultando lo stesso frutto Sc. 1300.

Capo XV.

Riduzioni di resto reciproco dipendenti da capitali scambievoli

Quando si tratta di determinare il resto per due capitali scambievoli diversi bensì ma del medesimo censo e tempo, la risoluzione è facile. Così, se Cajo debba a Tizio Sc. 1000, e sia creditore verso il medesimo di Sc. 600 allo stesso censo per esempio del 6, per 100 in capo all'anno sarà il resto creditore di Sc. 424, 400 per la differenza dei capitali, e 24 per la differenza di frutti.

Ma, se oltre la diversità dei capitali sia diverso il cen-

so

altro e il tempo o l'uno e l'altro insieme ... per determinare il residuo, il frutto, e il tempo, in cui esso pagarsi conviene usare altra regola, come dai seguenti esempi si farà chiaro.

Riduzioni semplici

Problema I.

Ridurre due capitali di credito, e debito scambievole di diverso interesse ad un solo residuo.

I. Si moltiplichi ciascun capitale nel suo interesse

II. Si sottragga un capitale dall'altro e un prodotto dall'altro prodotto.

III. Il residuo de' prodotti si divida pel residuo de' capitali il quoto sarà come un pro, con cui si dee pagare il censo del detto residuo

Questione I.

Tizio è creditore di lire 3210 al 6. per 100, e ne deve 2114 al 5. per 100 reciprocamente allo stesso compagno si cerca il credito di Tizio in un sol resto, e con qual pro dovrà pagarsi?

Moltiplicando i capitali nel rispettivo loro censo sarà

Cap.	3210	pro 6	prodotto	19260
Cap.	2114	pro 5	prodotto	10570
Resto lir. 1096				8690

Dividendo 8690 residuo de' prodotti per 1096 residuo de' capitali sarà il credito di Tizio lir. 1096 col censo

ro di lir. 7. $\frac{304}{544}$ per 100 all'anno, talchè volendo il mi-
do in capo all'anno, deve ricevere lir. 1182 $\frac{9}{10}$, cioè lir.
1090 ... ancora di cap.le e lire 86 $\frac{1}{10}$ di frutto di esso
capitale

Annotazione

Che se il prodotto del minor cap.le nel suo frutto ec-
cede il prodotto del maggiore nel rispettivo pro, allora il
comparente di maggior capitale è creditore bensì del ca-
pitale residuo, ma deve all'altro comparente i frutti del
cap.le residuo, come si farà chiaro col seguente esem-
pio.

Questione II

Tizio è creditore verso Sempronio di scudi 4000
al censo del 3. per 100 all'anno. All'incontro gli
deve sc. 3500. al 5. per 100. Volendo saldar la par-
tita in capo all'anno, si cerca il credito di Tizio

È chiaro, che rispetto al cap.le è Tizio creditore, ma
poichè il prodotto 12000 del suo cap.le nel rispettivo
pro discade dal prodotto 17500 del cap.le minore
nel suo corrispondente, dovrà Tizio ricevere il cap.le
residuo 500., ma pagar egli il pro di 500. per quanto
importa il frutto dell'undici per 100. che risulta dividen-
do 5500 residuo de' prodotti per 500. residuo de' capi.
Sicchè detratto che ne da 500 sc. il pro di sc. 500 sarà Tizio cre-
ditore di sc. 445. come segue in esem.

Esp.

Cap. di Tizio 4000 Pro di Prodto 12000
Cap. di Sempr. 3500 Pro di Prodto 17500
Residuo Scu 500 5500

Dividendo 5500 residuo di prodti per 500, residuo di capli, sarà il pro cercato Sc. 11

Deve dunque Tizio ricavare Sc. 500, ma pagar agli undici per 100, cioè Sc. 55: i quali diffalcati da 500, si riduce tutto il suo credito a Sc. 445.

Si prova questa risoluzione, se si determini il pro di ciascun capitale, e sottraendo un pro dall'altro. Difatto il censo annuo di 4000 al 3 per 100 è 120, e il censo di 3500 al 5 per 100 è 175, da cui sottratto 120, resta 55. Deve dunque Tizio ricavare Scudi 500 per accetto di capli, e all'incontro pagar agli 55 per la differenza di frutti; talchè si riduce il suo credito a Sc. 445 come sopra

Problema II.

Ricorrono due capli reciproci, pagabili in diverso tempo ad un solo residuo, e determinare il tempo stesso a cui dovrà pagarsi

I Si moltiplichi ciascun capitale nel tempo rispettivo.
II Si sottragga un capitale dall'altro e parimenti un prodotto dall'altro;
III. Dividasi il residuo di prodotti pel residuo di capli il quoto darà il tempo, in cui si deve pagare il capitale residuo

Questione I.

Pietro è creditore verso Paolo di Sc. 6000 esigibili in capo a mesi 10; e all'incontro gli deve Sc. 4000. da pagarsi fra mesi 6. Volendo ridurre le partite a un solo residuo, si cerca a qual tempo dovrà riscuotersi

Moltiplicando ciascun numero di Scudi nel suo tempo, sarà

Scudi 6000	Mesi 10.	Prodotto	60000
Scudi 4000	Mesi 6.	Prodotto	24000
2000			36000

Dividendo 36000, residuo de' prodotti, per 2000, residuo de' Scudi, si avranno mesi 18, al qual fra dovrà Paolo pagare il residuo, cioè Scudi 2000

Imperocchè, essendo i tempi utili a frutti, goderà Paolo del residuo 2000. in anni 18, ritraendo altrettanto di utile, quanto è l'eccesso del frutto di Scudi 6000 sopra il frutto di Scudi 4000, com'è chiaro a chi ne voglia far prova posto al medesimo censo o centinajo dell'uno, e dell'altro credito; però resta Paolo giustamente compensato col determinato tempo di mesi 18

Annotazione

Che se il prodotto del credito minore nel suo tempo eccede il prodotto del maggiore nel tempo rispettivo, allo-

ra

va il quoto delle divisione di un residuo per l'altro ad- prima il tempo, in cui prima dell'epoca della riduzione doveva essere stato pagato il residuo come si vedrà dal seguente esempio.

Questione II.

Pietro è creditore verso Paolo di Sc. 4500 da pagarsi frà 4. mesi; e Paolo risulta creditore di Pietro per l'incontro di Sc. 3750 pagabili frà 10. mesi. Volendo ridurre i due crediti ad un solo residuo a qual epoca dovrà farsi il pagamento?

Moltiplicando il credito di ciascuno nel suo tempo, sarà

Sc. 4500	Mesi 4.	Prodotto	18000
Sc. 3750	Mesi 10.	Prodotto	37500
Sc. 750			19500

Diviso il 19500 residuo de' prodotti per 750 residuo de' crediti, risultano mesi 26 cioè il pagamento de' Scudi residui 750 doveva essere stato fatto da Paolo 26 mesi prima ed effettuandosi all'epoca presente dovrà inoltre accrescere per i 26 mesi decorsi, sull'utile per 100 che montano a Sc. 750, cioè quanto importa il frutto di mesi 6 sul credito di Sc. 4500, che a ragione dovevano pagarsi prima de' Sc. 3750, come consta dalla prova, posti tanto li Scudi 4500 per mesi 6, quanto li Scudi 750 per mesi 26 al medesimo per, e si vedrà che l'utile di questo aggiunto a 750 eguaglia l'utile dei primi col tempo di mesi 6.

Riduzioni composte di resto reciproco ad un solo residuo

Problema III.

Dati due capitali di debito e credito reciproco da pagarsi a diverso tempo e diverso censo, determinare a qual censo, e tempo, dovrà farsi il pagamento in un sol resto.

I. Si moltiplichi ciascun capitale nel suo censo, e quindi sottratto un capitale dall'altro e un prodotto dall'altro, il residuo dei prodotti si divida pel residuo dei capitali, e sarà il suo quoziente il censo cercato.

II. Si moltiplichino poi ciascun prodotto pel tempo rispettivo e il residuo dei nuovi prodotti diviso nel residuo de' [illegible] sarà il tempo che si cerca.

Questione

Tizio è creditore da Roberto di Scudi 3752. col censo annuo del 5 per 100 per anni 7. e Roberto è creditore reciproco di Scudi 2804 col suo censo di 6 per 100 per anni 4. Si cerca, volendo ridurre le partite ad un solo residuo, a qual censo e a qual tempo dovrà pagarsi?

Moltiplicando l'uno e l'altro capitale nel rispettivo censo si ha

Scudi 3752	per	5.	Prodotto	18760
Scudi 2804	per	6.	Prodotto	16824
Residuo 948			Residuo	1936

Si divida 1936 residuo de' prodotti per 948 residuo de' capitali, il quoto $2\frac{10}{237}$ sarà il frutto che si deve pagare per

100

co. sono il capitale residuo 948

Moltiplicando, or i rimasti prod.ti nei tempi rispettivi in anni;

18760	Anni 7	Prodotto	131320
16824	Anni 4.	Prodotto	67296
Residui . 1936			64024

Dividendo 64024 residuo de' suoi prodotti per 1936 residuo de' primi il quoto $33\frac{17}{242}$ sarà il tempo al cui fine si dovrà pagare il detto residuo

Conchiudesi che Sempronio doveva pagare al Capitale residuo di Scudi 948 ~~di 2 10/237~~ col frutto di Scudi $2\frac{10}{237}$ nel fine di Anni $33\frac{17}{242}$. Di fatto il frutto di Scudi 948 al $2\frac{10}{237}$ ~~nel fine di anni~~ per 100 all'anno in anni $33\frac{17}{242}$ uguaglia l'eccesso del frutto di Scudi 3752 al 5 per 100 in anni 7 sopra il frutto di Scudi 2804 al 5 per 100 in anni 4. com'è chiaro a chi ne voglia far prova

Annotazione

Che se il minor capitale moltiplicato nel suo frutto e nel suo tempo dà un prodotto maggiore dell'altro allora il computo del maggior capitale è creditore prima del capitale residuo; ma circa all'accomodamento il frutto del residuo come si vedrà dall'esempio seguente

Questione 11

Cajo è creditore da Sergio di Scudi ~~[illegible]~~ 2500. a Scudi 4. il 100. per anni 9. e Sergio è creditore da Cajo di Scudi 1750 a Scudi 5. il 100 per anni 10. Volendo ridurre la parti-

ta

te a un solo residuo, a qual censo, ed a qual tempo si
... ragioni?

Moltiplicando ciascun capitale nel suo frutto, sarà

uno	2500	per 4	prodotto	10000
Scudi	1750	per 6.	prodotto	10500
Residuo	750			500

Dividendo 500 residuo de' prodotti per 750 residuo de' capitali sarà il censo $\frac{500}{750}$ ovvero $\frac{2}{3}$ di Scudo

Moltiplicando di nuovo i capitali prodotti ne' tempi rispettivi si avrà:

10000	Anni 9.	Prodotti	90000
10500	Anni 10.		105000
Residuo 500			15000

E dividendo 15000 residuo de' nuovi prodotti per 500 residuo de' precedenti sarà il tempo cercato anni 30 E poichè il prodotto del minor capitale nel suo frutto, e nel suo tempo eccede il prodotto dell'altro dovrà perciò per l'anzid. proced.ra pagare ogni il capitale residuo 750 nel ... di anni 30 ma rimetter egli nel tutto questo tempo dall'altro compagno $\frac{2}{3}$ di scudo il 100. sopra il detto residuo di Scudi 750

Il tutto il frutto 150 di Scudi 750 a $\frac{2}{3}$ di Scudo il 100, in anni 30 uguaglia l'eccesso del frutto di Scudi 1750 al 6. per 100, in anni 10. sopra il frutto di Scudi 2500 al 4. per % in anni 9. com'è chiaro a

chi

chi ne voglia far prova

Riduzioni ad un solo rendito
tanto in tempo quanto in
danaro
Per pagamenti anticipati o
differiti

Capo XVI.

Quando si fanno de' pagamenti maggiori o anticipati colla condizione d'essere compensati nel tempo prolungando il 3ño pel rendito, o quando si diminuisce il [illegible] corrispondente al tempo, e al danaro, e però in mancanza del detto frutto, conviene accrescere il 3ño: simili questioni si risolvono coll'uso delle regole precedenti, cioè delle riduzioni semplici ad un solo danaro. Due esempi metteranno in chiaro simili risoluzioni.

Questione 1

Tizio li 24. Aprile 1790 riceve da [illegible] [illegible] di scudi 8300, obbligandosi a pagarli li 14 Giugno 1800. con condizione, che sborsando qualche somma, innanzi di detto tempo gli si debba in ragione del tempo e danaro anticipato prolungare il termine nel residuo dovendo [illegible] li 15 Ottobre 1790 sborsò altri scudi 5000 si cerca a qual tempo dovrà pagare li rimanenti scudi 3300?

1 Si trovi di quanto anticipi il pagamento de' scudi 5000 e si avranno anni 9 mesi 7 giorni 29 cioè 1349/350

Se si moltiplicano questo tempo $\frac{1349}{306}$ nel denaro anticipato scudi 5000 è il prodotto $\frac{1745000}{300}$, ovvero $\frac{10^{8}625}{9}$ [illegible] pel residuo Scudi 3300. il quoto Anni 5. mesi 8 giorni 3 $\frac{31}{33}$ sarà il tempo cercato al cui termine [illegible] [illegible] [illegible] rimanenti scudi 3300. Aggiungendo dunque anni 5. mesi 8. giorni 3. al dato tempo Anni 1800. mesi 6. giorni 14. si avranno Anni 1806. mesi 2. giorni 17, cioè il detto termine cadrà li 17 Marzo 1806.

Qui, come nelle due questioni seguenti avendo fatto il Mese di giorni 30 giusto l'uso [illegible] tutto [illegible] [illegible] nelle indicate due questioni vide dal Capo 15

[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] 24 aprile 1790 [illegible] li 15 Ottobre 1790 in cui furono [illegible] scudi 5000 [illegible] [illegible] m. 5 g 21 cioè $\frac{259}{48}$ e la differenza del tempo dal 24 Aprile 1790 sino ai 17 [illegible] 1800 [illegible] [illegible] [illegible] sarà li rimanenti Scudi 3300 è $\frac{18849}{1188}$. Ora colla [illegible] a cui la succitata questione si trova il tempo medio nel rapporto di dover sborsare le due partite 5000 e 3300, [illegible] moltiplicando dunque 5000 in $\frac{259}{48}$, 3300 in $\frac{18849}{1188}$, e la somma dei prodotti $\frac{8579500}{99}$ [illegible] [illegible] 8300 somma delle partite ne dà pel tempo medio Anni 10. mesi 2. giorni 20 quanto appunto è la differenza di tempo dalli 24. Aprile 1790. ai 14. Luglio 1800. però la risoluzione è giusta.

Questione 33.

[illegible] doveva a Paolo [illegible] 4500 [illegible] li 12. Giugno 1800 da pagarsi li 21 Settembre 1809 ma avendo [illegible]

[illegible]nuto colla condizione, [illegible] il pagamento di D.ti 600 [illegible]
Maggio 1803. e D.ti 1400. li 7 Agosto 1805. [illegible] e [illegible]
[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] D.ti 2500.

Questa è simile alla precedente [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] pagamenti anticipati [illegible] trovata come sopra la [illegible] proroga, questa si deve aggiungere alla differenza di tempo dai 12 giugno 1800. fino li 21. settembre 1809 e [illegible] il tempo che moltiplicati [illegible] pagamento [illegible] [illegible] [illegible] proroga che aggiunta alla [illegible] il tempo [illegible]

[illegible] [illegible] [illegible], e in tal caso [illegible] [illegible] [illegible] nel modo che segue.

I. Si moltiplichi ciascun pagamento nel suo tempo anticipato

II. Dal totale pagamento si toglie la somma dei pagamenti anticipati

III. col [illegible] di [illegible] la somma dei prodotti il quoto sarà il tempo cercato. Ecco l'operazione

Ducati 600 tempo anticip. $\frac{1147}{180}$ Prodotto $\frac{688200}{180}$

Ducati 1400 tempo anticip. $\frac{737}{180}$ Prodotto $\frac{1031800}{180}$

1000 $\frac{1720000}{180}$

Da 4500 debito totale, detratto 2000 denaro anticipato resta D.ti 2500. per cui divise $\frac{1720000}{180}$, ovvero $\frac{86000}{9}$, risulta Anni 3. mesi 9. giorni 26. il che aggiunto ad Anni 1809. m. 8. g. 21. si avranno Anni 1813. mesi 6. g. 17. Sicchè il termine del pagamento dei rimanenti D.ti 2500. cadrà li 17 giugno 1814

Questione III.

L'Anno 1790. 12. Aprile, prese Tizio a censo Scudi

1000

1000 al 6 per 100 all'anno con condizione di poterli restituire o tutti o in parte a piacere. Dovrano [illegible] li 25 9bre 1790 restituire Fiorini 400 [illegible] il [illegible] corrispondente alli 7. mesi, e 13. giorni, in cui li ha goduti. Ora si cerca a qual tempo dovrà restituire i rimanenti Fiorini 600. [illegible] il livellante del pro di Fiorini 400. restituiti prima [illegible], come nella questione, [illegible] il Capitalista del detto pro, dovrà sottrarsi dalli [illegible] 12 Aprile 1790

Moltiplicando dunque li Fiorini 400 nel tempo mesi 7. e giorni 13. cioè in $\frac{223}{360}$, e il prodotto $\frac{89200}{360}$, ovvero $\frac{2230}{9}$ diviso i rimanenti Fiorini 600, si avrà $\frac{223}{540}$, cioè Mesi 4. giorni 28 $\frac{2}{3}$, il qual tempo sottratto dalli 12. Aprile 1790, cioè [illegible] 1790 Mesi 3. giorni 12. restano [illegible] 1789. mesi 10. giorni 13 $\frac{1}{3}$; sicchè attuale si arriverà alli 13 Novembre 1789 e a tal epoca s'intenderà incominciato il canone [illegible] alli 100. Fiorini, [illegible] restituiti [illegible] mesi 7. giorni [illegible] 4. giorni 28 $\frac{2}{3}$ arretrati, cioè li 25. 9bre 1790 [illegible] tanto in [illegible] a [illegible]

Che se al dato termine pagati [illegible] non restituisse i Fiorini 600. continuerà a pagare il pro di questi a ragione del 6. per 100. all'anno, all'epoca 25 9bre di ciascun anno seguente sino alla francazione [illegible] la prima scadenza 12. Aprile 1770.

[illegible] dalli [illegible] 1749. epoca [illegible] sino li 25 9bre 1790 la [illegible] di [illegible] mesi 12 giorni 11 e $\frac{1}{3}$ [illegible] conto [illegible]

[illegible]

cono di più in questo ramo Tonn 900 al ½ per 100 ad an-
no renderanno Tonne 37 ½ cioè quanto Tonn 1000 in ma-
n 7 giù 13 al ½ per 100 sarà la riduzione di [illegible]

Le più porzioni del cammino saranno in [illegible] terra di
restituita, e senza perquisire i tanti commercianti per tro-
vare il tempo e anticiparsi ovvero di accelerarlo in ma-
niera [illegible] i opinionisti [illegible] rimette alla quantità

Capo XVII

Della Regola di società

[illegible] hanno contribuito [illegible] diversi quantità di denaro, opera o traffico o stendimento [illegible] [illegible] tempo il lucro o il danno [illegible] tali questioni si dicono di società [illegible] compagnia.

Alle questioni altre [illegible] dove non [illegible] mano, è detta di compagnia composta dove vi è disparità di capitale e di tempo. Nel primo caso con la regola di [illegible] semplice si risolvono e nell'altro con la regola del tre composta.

Quesito [illegible]

[illegible] trafficanti hanno guadagnato insieme fiorini 1460. Il primo vi contribuì un capitale 210. il 2do 300. il terzo 412. Si cerca il guadagno di ciascheduno.

Per risolvere simili Quesiti basta usare la regola che ha tanto [illegible] indicata, quanto [illegible] [illegible] si sommano cioè li tre capitali, e la somma [illegible] sta al capitale ~~guadagno~~ calcolo come il ~~capitale del~~ comune guadagno al guadagno del primo, e così degli altri.

Giunzione.

$$922 : 210 :: 1460 : x = 332\frac{496}{922}$$

$$300 : \quad : y = 475\frac{50}{922}$$

$$412 : \quad : z = 652\frac{376}{922}$$

$$1460.$$

Quesito 2do.

Tizio deve dare a tre Creditori Scudi 1200. Al primo ne dava 350, al 2do 388, al 3zo 462 ma si trova avere più che Scudi 700. Si cerca volendo dividere proporzionalmente, quanto toccherà a ciascuno de' creditori?

Si risolve come il precedte.

Operazione.

$$1200 : 350 :: 700 : x = 204\tfrac{2}{12}$$

$$388 :: \quad : y = 226\tfrac{4}{12}$$

$$462 :: \quad : z = 269\tfrac{6}{12}$$

$$700 . -$$

Quesito 3zo

Tre devono dividere una quantità di Scudi 6000 con tal legge, che il primo abbia $\frac{1}{4}$, il 2do $\frac{2}{5}$, il terzo $\frac{3}{7}$. Qual sarà la parte di ciascuno?

Colla regola di compagnia si faccia: siccome la somma delle frazioni a 6000, così $\frac{1}{4}$. $\frac{2}{5}$. $\frac{3}{7}$. al 4to ecc.

Operazione.

$$\frac{122}{105} : 6000 :: \frac{1}{4} : x = 1721\frac{57}{183}$$

$$: \;\; :: \frac{2}{5} : y \quad 2065\frac{175}{305}$$

$$: \;\; :: \frac{3}{7} : z \quad 2213\frac{49}{427}$$

$$5999 + \frac{23833005}{23833005} = 6000$$

Quesito 4to.

Tre guadagnano in compagnia Scudi 300. Il primo compagno pose 120, il 2do 200. Il terzo pose 30. Ma si vuole sapere quanto della somma toccò al primo compagno ... Scudi 190 $\frac{15}{35}$ al 2do Scudi 242 $\frac{14}{35}$.

al terzo scudi $412\frac{4}{33}$ si cerca quanto fu apprezzato il Capitale per ciascun Mino.

Operazione

se $145\frac{10}{33}$ guadagno del primo vengono da 120. capitali [illegible] $412\frac{4}{33}$ guadagno del terzo da qual capitale verrà?

$$\frac{4800}{33} : 120 :: \frac{13600}{33}$$

Tolte le frazioni

$158400 : 3960 :: 13600 : 340$ Capitali del terzo

[illegible] onde [illegible] ne risulta il ~~[illegible]~~ prezzo di ciascun Mino scudi $11\frac{1}{3}$.

Prova

Volendo ritrovare di nuovo il guadagno del terzo per [illegible] conviene istituire quest'Analogia: siccome 660 somma de' capitali a 800. guadagno commune, così 340. capitali [illegible] [illegible] [illegible], cioè

$660 : 800 :: 340 : 412\frac{4}{33}$ che è il guadagno proposto del terzo compagno

Quesito quinto

Tre altri guadagnarono in società scudi 1000. Il primo vi contribuì capitali 160, il 2do 340, il terzo per tanto [illegible], che [illegible] gli toccarono scudi $545\frac{5}{11}$. Si cerca il guadagno degli [illegible] e 'l capitale posto dal terzo compagno.

Dal total guadagno di scudi 1000. si sottragga il guadagno del [illegible], e risultano scudi $454\frac{6}{11}$ per guadagno degli altri due. Quindi se $454\frac{6}{11}$ di guadagno vengono da scudi 500. somma de' Capitali degli altri due, da qual capitale [illegible] $545\frac{5}{11}$ [illegible] di guadagno.

Operazione. –

$\frac{5000}{11} : 500 :: \frac{...}{11}$

Tolte le frazioni:

5000 : 5500 :: 000 : 000 capita ...

Del guadagno degli altri due.

Operazione

$500 : \frac{5000}{11} :: 1600 : x = 145\frac{5}{11}$

$340 : y = 309\frac{1}{11}$

$454\frac{6}{11}$

Quesito 38°.

Tre mercanti pongono a traffico insieme un'eguale quantità con condizione fra loro, che il primo abbia un guadagno del 20 p% del suo conto, il 2do 16. p%, il 3zo 10. p% Avendo guadagnato L. 30000. quale sarà il guadagno di ciascuno?

Si sommi in uno ciò che intende di guadagnare ciascuno p %, indi si operi al solito.

Operazione

$46 : 30000 :: 20 : x = 13043\frac{22}{46}$

$16 : y = 10434\frac{36}{46}$

$10 : z = 6521\frac{34}{46}$

30000.

Quesito 7mo.

Due fanno compagnia. Il primo mette in capitale Zecchini 100, e l'altro Zecch. 40 con patto fra loro, che il primo abbia $\frac{2}{3}$ del guadagno, l'altro $\frac{1}{3}$. Accordata la condizione entra un terzo nella compagnia con Zecch. 130. alla stessa condizione del primo. Si scioglie la compagnia [illegible] guadagno di 1000. Zecch.; e si cercano le parti di ciascuno.

Supponiamo che le due prime con le 140 Zecch. di capitale ne avessero guadagnati altri 140. sarebbe la parte del primo $93\frac{1}{3}$, e quella del 2do $46\frac{2}{3}$, e senza la detta condizione si avrebbe 100. pel primo, e 40. pel 2do; perchè in vigore del patto il primo cede al 2do Zecchini $6\frac{2}{3}$, cioè $\frac{1}{15}$ di tutto il suo guadagno 100. Il terzo, poichè deve adattarsi alla condizione del primo, dovrà ancor lui cedere al secondo Zecch. $8\frac{2}{3}$, cioè $\frac{1}{15}$ parte del suo guadagno, che supposto sarebbe uno uguale al suo capitale 130. Perciò del comune guadagno [illegible] 270. sarebbe la parte del primo $93\frac{1}{3}$, del 2do $46\frac{2}{3}+8\frac{2}{3}=55\frac{1}{3}$, del terzo $130-8\frac{2}{3}=121\frac{1}{3}$. Ma poichè il comune [illegible] è 1000 si faccia: siccome il comune guadagno supposto al vero guadagno 1000., così le parti del supposto $93\frac{1}{3}$, $55\frac{1}{3}$, $121\frac{1}{3}$ al quarto termine, e si avranno le parti cercate.

Opera.

Operazione

$$270 : 1000 :: \frac{280}{3} : x = 345\tfrac{55}{81}$$
$$\frac{166}{3} : y = 204\tfrac{76}{81}$$
$$\frac{364}{3} : z = 449\tfrac{31}{81}$$
$$\overline{1000 \cdot -}$$

Quesito 8vo.

Due altri fanno compagnia. Il primo mette fiorini 240. e deve avere $\frac{3}{4}$ del guadagno. Il secondo mette fiorini 100. ma essendo egli uomo più agiato deve avere le $\frac{4}{5}$ del guadagno. Si associa poi un terzo con fiorini 330 alla stessa condizione del primo. Hanno guadagnato fiorini 2000. si cerca la parte di ciascuno?

Supposto il guadagno del primo, e 2do compagno uguale alla somma di loro capitali, cioè 340, perciò in proporzione toccherebbe al primo 240, e 100 al 2do. Ma in vigore della condizione annessa il primo deve avere $\frac{3}{4}$, ed il 2do $\frac{4}{5}$, perciò avremo:

$$\frac{3}{4} + \frac{4}{5} : 340 :: \frac{3}{4} : \text{pel primo}$$
$$\frac{3}{4} + \frac{4}{5} : 340 :: \frac{4}{5} : \text{pel 2do}$$

Trovato il 4to termine risulta $164\frac{16}{31}$ pel primo, e $175\frac{15}{31}$ pel 2do, laonde sottratto $164\frac{16}{31}$ da 240, si vede che il primo [illegible] al 2do $75\frac{15}{31}$, la qual quantità costituisce $\frac{39}{124}$ di 240. Dunque necessario che il terzo passa cedo al 2do

$\frac{39}{124}$ del suo guadagno, cioè di 350 che pel supposto è uguale al suo capitale. Avrà pertanto $\frac{39}{124}$ parti di 350, risultano fiorini 110 $\frac{5}{62}$, i quali aggiunti a fiorini 175 $\frac{15}{31}$ del 2do, esso avrà in tutto 285 $\frac{35}{62}$, sicchè al terzo restano fiorini 239 $\frac{57}{62}$. Ed è chiaro che queste tre parti prese insieme devono uguagliare il guadagno comune, il quale, per la fatta ipotesi è uguale alla somma di loro capiti, cioè: a fiorini 690. Vediamolo

Parte del primo fiorini 164 $\frac{16}{31}$, ovvero		164 $\frac{32}{62}$
Parte del 2do	— — — — —	285 $\frac{35}{62}$
Parte del terzo	— — — — —	239 $\frac{57}{62}$
	Somma fiorini	690.—

Questo calcolo è fatto nel supposto, che il guadagno comune sia uguale alla somma di loro capiti. Ma poichè il guadagno proposto è 2000, basterà dividere questo guadagno in proporzione delle parti già determinate, inferendo pel primo siccome 690 a 164 $\frac{32}{62}$, così 2000, al 4to termine, e con simile argomento per gli altri due come in figura:

$$690 : 164\frac{32}{62} :: 2000 : x = 476\frac{3672}{4278}$$
$$690 : 285\frac{35}{62} :: 2000 : y = 827\frac{3094}{4278}$$
$$690 : 239\frac{57}{62} :: 2000 : z = 695\frac{1790}{4278}$$

Somma fiorini 2000.—

Quesito 9no.

Due altri fanno compagnia. Il primo propone di mettere somme 600. l'altro 400. con patto di partire insieme per metà guadagno, e capitale. Accadde, che ciascuno non pose, che fiorini 300 guadagnarono fiorini 3500 e dovendo osservare il primo accordo, si cerca la parte di ciascuno?

Risoluzione.

Se avessero posto giusto il concertato, 600, e 400, e avessero guadagnato fior.i 1000. è chiaro che tra guadagno, e cap.le ciascuno avrebbe fiorini [illegible], sicchè il primo cede al 2do fior. 100. del suo capitale, cioè $\frac{1}{6}$: la sesta parte di 300 è 50, che sottratto da 300, capitale del primo, resta 250, e aggiunto a 300. capitale dell'altro diviene 350. Ora si vede qual parte sia 250, e 350 di fiorini 600. capitale, e guad.o di ciascuno secondo il supposto. Fior. 250 sono $\frac{5}{12}$, e fior. 350 sono $\frac{7}{12}$; e però si conchiude che al primo tocca $\frac{5}{12}$ di fior. 3500, ed ambi i capitali, cioè di 4100 che sono fiorini $1708\frac{1}{3}$; e al secondo $\frac{7}{12}$ di 4100, cioè fior. $2391\frac{2}{3}$.

Seguono alcune questioni di società composta, le quali, come le questioni ordinarie di simil genere si risolvono, istituendo: siccome la somma de' prodotti del tempo, e denaro, o equivalente di ciascuno, alla quantità divisibile, così il prodotto del tempo, e denaro di ciascuno al quarto termine, come nei seguenti esempi.

Que:

Quesito Decimo.

Tre, fatta compagnia, guai(?), posero insieme fiorini 2000. Il primo pose per capitale fiorini 400 per anni 6, il 2do fiorini 240 per anni 2. Il terzo fiorini 200 per mesi 8. Si cerca il guadagno di ciascuno.

Poiche il terzo ha solo mesi 8 di tempo, per evitare i rotti, sarà opportuno ridurre tutti gli anni in mesi, e poi si usi la regola come si è detto.

Operazione.

$400 \cdot 72 = 28800$

$240 \cdot 24 = 5760$

$200 \cdot 8 = 1600$

$36160 : 2000 :: 28800 : 1592 \frac{3328}{3616}$

$5760 : 318 \frac{2112}{3616}$

$1600 : 88 \frac{1792}{3616}$

Som. Fior. 2000.

Quesito 11.°

Tre fecero compagnia per 2 anni, in capo a' quali si trovano aver guadagnato 300 Zecchini. Il primo vi contribuì 20 di capitale; il 2do 60 ma questo dopo 10 mesi ne levò 15; il terzo ne contribuì 100, e in capo a 8 mesi ne levò 30. Si cerca il guadagno di ciascheduno.

Si moltiplichi la quantità del capitale di ciascuno nel tempo che sia stato a traffico e la somma dei prodotti sarà il

il parziale composto di ciascuno. Si aggiungano di nuovo questi composti, e si avrà il comune capitale composto. Quindi si faccia: siccome il comune composto alla quantità dividenda, così il composto di ciascuno al rispettivo termine, e si avrà il guadagno, o la perdita che si cerca.

Il ragguaglio.

$$
\begin{array}{l}
20 \cdot 24 = \quad = \quad 480 \\
\left.\begin{array}{l} 60 \cdot 10 = 600 \\ 45 \cdot 14 = 630 \end{array}\right\} 1230 \\
\left.\begin{array}{l} 100 \cdot 8 = 800 \\ 70 \cdot 16 = 1120 \end{array}\right\} 1920
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{r}
3630 : 300 :: 480 : 39\frac{243}{363} \\
1230 : 101\frac{237}{363} \\
1920 : 158\frac{246}{363}
\end{array}
$$

Summa fiorini 300.–

Della soluzione di questo problema [illegible] il metodo pure da tenersi ogni volta che qualunque degli associati levasse, o aggiungesse, o altro qualsiasi levasse [illegible] quel guadagno quanto gli piace.

Quesito 12°

Tre [illegible] compagnia: il primo mette f.ni 200. il secondo f.ni 310 il terzo f.ni 410. Ma [illegible] il primo [illegible] guadagno in ragione del 20. p 100. del suo capitale, il secondo 12 p 100 del capitale e il terzo 7 p 100. In fine

si trovano aver guadagnato D.ti 8000 si cerca il guadagno di ciascheduno?

Se tutti avessero posto il medesimo capitale il problema sarebbe semplice, e si risolverebbe colla [illegible] del quarto [illegible] Ma la diversità dei capitali fa che questo sia composto, che per risolverlo, ecco il mezzo.

Si moltiplichi il capitale di ciascuno nel guadagno che gli si dava a 100 e il prodotto sia come un capitale composto di ciascuno [illegible] per questi prodotti, e la somma si consideri come un comune capitale. Quindi si inferisca: siccome il comune capitale composto al guadagno da dividersi, così il capitale composto di [illegible] al quarto termine, e si avranno i guadagni cercati.

Operazione

$200 \cdot 20 = 4000$

$310 \cdot 12 = 3720$

$420 \cdot 7 = 2940$

$10660 : 8000 :: 4000 : x = 3001 \frac{904}{1066}$

$3720 : y = 2791 \frac{794}{1066}$

$2940 : z = 2206 \frac{404}{1066}$

Summa D.ti 8000. —

Quesito 13°

Uno istituisce traffico di varie merci, e impiega D.ti 1000. Un altro vorrebbe entrare nella compagnia con D.ti 1600, ma ad un tempo tale che in capo a tre anni avessero a partire par

si ripartirà il guadagno, o perdita, che indi risulterà; si cerca il tempo, in cui dovrà mettere nella compagnia i suoi Dti 1600.

Per risolvere questo probl. bisogna moltiplicare il capitale del primo nel tempo che doveva durare la compagnia, ed il prodotto si divida pel capitale del 2do, e risulterà il tempo in cui quest'ultimo deve incorporare il suo capitale.

Operazione

$$1000 \cdot 36 = 36000 : 1600 = 22 \tfrac{1}{2}$$

Dunque il secondo compagno incorporerà il suo capitale mesi $22\frac{1}{2}$ prima che termini la compagnia

Quesito 14°

Un altro impiega Dti 700 in un negozio, e in capo a 13 mesi un altro suo amico si propone di esporre tanto denaro, se lo accetta per compagno, che in capo di 3 anni dovranno partire ugualmente il guadagno, o la perdita. Si cerca quanto dovrebbe esporre questo secondo compagno?

Per risolvere questo probl. si moltiplichi il capitale del primo nel tempo che doveva durare la compagnia, ed il prodotto si divida pel tempo che deve stare il 2do nella compagnia, e risulterà il capitale che deve esborsare quest'ultimo.

Operazione.

$$700 \cdot 36 = 25200 : 23 = 1095 \tfrac{15}{23}.$$

Capo XVIII.

Delle Compagnie Particolari
Dette volgarmente Soccide

Per risolvere le questioni ordinarie di questo genere si tiene questa regola: i prodotti, ossia [illegible], si dividono sempre per metà, perchè se il padrone vi mette il capitale, il Pastore lo alimenta, mette le sue [illegible] e [illegible]. Riguardo alla metà del capitale, il Pastore non può pretenderla, se non dopo il tempo pattuito, e solo deve avere la rata porzione secondo il tempo in cui l'ha governato, e custodito. Ciò [illegible].

Quesito primo

Uno dà a soccida Pecore 140 per anni 5: a partire di metà capitale, e prodotti. Accade [illegible] capo a 3. anni convengono d'accordo di far la divisione, e si trovano avere in tutto Pecore 212. Cercasi la porzione di ciascuno.

Dalla total somma 212. [illegible] capitale, [illegible] s'inferisce: se per anni 5: tocca al Pastore 70. quanto [illegible] toccherà per anni 3? [illegible] il 4° termine aggiunto [illegible] la metà dei rimanenti

[illegible]

Operazione.

Somma totale ... 212

Capitale ... 140

Nascenti Pec. 72 la cui metà è Pec. 36.

Porzione del Padrone metà de' nascenti ... 36.

Porzione del Capitale ... 98.

Somma Pec. ... 134

Porzione del Pastore metà de' nascenti Pec. 36.

Porzione del Capitale ... 42.

Somma Pec. ... 78

Somma totale Pecore ... 212

Nota. Per i tre anni che ha durato la soccida al Pastore toccano Pec. 42. di Capitale.

Quesito 2do.

Diede [illegible] in Soccida ad un Pastore per [illegible] a partire per metà capitale [illegible] nascenti. Il Pastore [illegible] di aggiungere [illegible] della sua [illegible] partire ugualmente [illegible] anni 3. Ciò accordato avviene di dover fare la divisione nel termine d'anni 1. mesi 10 [illegible] dovuta a ciascuno [illegible] pec. 292.

Dalla total somma [illegible] Indi essendo [illegible], due volte, fa d'uopo adoperare la regola dei [illegible] termini proporzionali, [illegible] l'assegnare la porzione del Padrone, e [illegible] Pastore.

Operazione.

$$36:66::22:40\tfrac{1}{3} \;\Big|\; 36:30::22:18\tfrac{1}{3}$$

Tocca al Padrone del suo capitale Pec.	$91\frac{2}{3}$	
Del capitale del Pastore	$18\frac{1}{3}$	
Metà di Nascenti ..	50.	
Summa Pec.		160
Tocca al Pastore del suo capitale Pec.	$41\frac{2}{3}$	
capitale del Padrone	$40\frac{1}{3}$	
Metà di Nascenti	50	
Summa Pec.		132.
Summa totale Pec. ..		292.

Quesito terzo.

Uno dà ad un Pastore Pec. 230, acciò le governasse, e con patto, che in capo a 4. anni egli dovesse avere $\frac{3}{5}$ del totale numero che si troverà, ed il Pastore $\frac{2}{5}$. Fra le Morti per casi accidenti non imputabili a colpa del Pastore si trovano avere Pecore 170. Volendo il Padrone sciogliere la compagnia, si cerca come debba farsi la divisione.

Determinata la par. 92. per li $\frac{2}{5}$ del Pastore, si può determinare [illegible] la parte del Pastore colla regola del tre composta diretta.

Operazione

$$\frac{2}{5} \text{ di } \frac{230}{1} = \frac{460}{5} = 92$$

Ampli

Applicazione della Regola del Tre.

$$230 : 48 :: 92$$
$$170 : 30 :: x$$

Componendo

$$11040 : 5100 :: 92 : \frac{469200}{11040} = 42\tfrac{1}{2}$$

Dunque tocca al S[illegible] Pec. 127½
al Pastore " 42½
Summa Pecore 170

Quesito 478

Tizio dà in soccida ad un Pastore Pecore 200. a pastore per metà nel [illegible] di tre anni capitale, e nascenti, con patto che essendo scorso il tempo della custodia, egli ne aggiunga 50 [illegible] ma scorso detto termine si trovano avere pecore 300, ma Tizio dice che il Pastore non ne fa aggiunta alcuna. Si cerca, perciò come si deve fare la divisione?

Operazione.

$$200 : 300 :: 250 : 375$$

La metà, cioè 187½ spetta al Padrone, e l'altra metà al Pastore levato però il capitale, cioè 200.

Quarto q.to

Sempronio dà in Soccida ad un Pastore pec. 160. a partire il tutto per metà, ma perchè il Pastore vuol dividere il tutto in capo a 3. anni, Sempronio gli propone che ne aggiunga 30 delle sue. Il che accordato dal Pastore, dopo anni 2. e mesi 3. si trovano con pec. 220. e rileva che il pastore non ci ha aggiunte, che 10. Volendosi far la divisione, si cerca, quante ne avrà ciascuno?

Operazione

$170 : 220 :: 190 : 245 \frac{15}{17}$

Da cui sottratti 190 somma de' capitali

Restano Pecore $55 \frac{15}{17}$ la cui metà

è $27 \frac{16}{34}$.

$36 : 80 :: 27 : 60$

$36 : 15 :: 27 : 11 \frac{1}{4}$

Tocca al Padrone del suo capitale Pec. 100.

Dal capitale del Pastore ... $11 \frac{1}{4}$

Metà di Avanzi ... $27 \frac{16}{34}$

Somma ... $139 \frac{43}{68}$

Tocca al Pastore del suo capitale Pec. $18 \frac{3}{4}$

Dal Capitale del Padrone ... 60.

Metà di Avanzi ... $27 \frac{16}{34}$

Somma Pec. $106 \frac{47}{68}$

Somma totale Pecore N.o $245 \frac{60}{68} \frac{15}{17}$

Quesito 67.

Uno dà in Soccida Pec. 116. p anni 6 a partire p metà capitale, e nottanti. In capo a 2. anni gli dà altra pec. 60. p 6. anni, e alla medesima condizione Volendo poi ridurre queste due Soccide ad un sol termine; a qual tempo si dovrà fare la divisione?

Trascorsi essendo 2. anni dalla prima alla seconda soccida, si moltiplicano le pec. 116 p 4, come pure le pecore 60 p 6. La somma dei capitali dividasi p la somma dei prodotti: al risultato aggiungasi il tempo passato dalla prima alla seconda soccida, la somma sarà il tempo cercato.

Operazione.

$4 \cdot 116 = 464$

$6 \cdot 60 = 360$

$176 : 824 = 4\frac{15}{22}$

Si aggiunge 2 tempo trascorso

Somma $6\frac{15}{22}$

Se più siano le soccide a diversi tempi stabilite; prima si trovi il termine medio tra la prima, e la seconda nello ~~stesso~~ modo; indi di nuovo fra il termine trovato, e il termine della terza soccida si trova il termine medio; e così procedendo si avrà il tempo da partirsi comunemente tutte le soccide

Que-

Quesito 7mo.

Uno dà in soccida pecore 200. per anni 2.; dopo il primo anno ne dà altre 100 per anni 5; e dopo li 3 anni di questa seconda soccida ne dà altre 80 per anni 7 sempre col patto di ripartire il tutto per metà. Volendo ridurre queste tre soccide ad un solo termine, si cerca a qual tempo si dovrà fare la divisione?

Operazione.

$$2 \cdot 200 = 400$$
$$5 \cdot 100 = 500$$
$$300 : 900 = 3$$

$$3 \cdot 300 = 900$$
$$7 \cdot 80 = 560$$
$$380 : 1460 = 3\tfrac{16}{19}$$

a cui aggiunto il primo anno trasc.° 1

Summa $4\frac{16}{19}$ tempo cercato.

Annotazione.

Le Società rusticali, ossia rurali si dividono in due specie, cioè in società di bestiame, volgarmente chiamate soccide di cui abbiamo già trattato, e in società di Terreno. Ma poichè la risoluzione di queste dipende dalle regole delle Società civili già spiegate, basta recare qui due esempi, uno in ragione semplice l'altro in ragione composta.

Quesito uno

Tre pigliano in affitto un ~~campo~~ terreno per fiorini 240. Il primo lo gode con 60. Armente, il secondo con 43, il terzo con 25: Quanto dovrà pagare ciascuno?

Operazione

$$128 : 240 :: 60 : 112 \frac{4}{8}$$

$$43 : 80 \frac{5}{8}$$

$$25 : 46 \frac{7}{8}$$

Summa Fiorini 240. –

Quesito 2do.

Tre pastori tennero in affitto un pascolo per fiorini 200. Il primo lo ha goduto con pec. 110 per giorni 32; il secondo con pec 130 per giorni 22, il terzo con pec. 60 per giorni 18. Hanno riportato un utile di fiorini 300. Si cerca quanto toccherà a ciascuno dell'utile riportato?

Operazione.

$$110 \cdot 32 = 3520$$

$$130 \cdot 22 = 2860$$

$$60 \cdot 18 = 1080$$

$$7460 : 300 :: 3520 : x = 141 \frac{207}{373}$$

$$2860 : y = 115 \frac{5}{373}$$

$$1080 : z = 43 \frac{161}{373}$$

Summa Fiorini 300. –

Capo XIX.

Dei Baratti.

Baratto non è altro che un cambio di merci, cioè dare una merce, e riceverne un'altra di qualunque specie in cambio. Oggi [illegible] Siccome fra negozianti è maggior pre[illegible] [illegible] a Baratto, che a danari contanti, senza [illegible] [illegible] dichiarava di voler più a baratto, che a danari contanti. La regola dunque che qui si adoperano, consiste [illegible] nel [illegible] nell'una, e nell'altra merce [illegible] prezzo del baratto col [illegible] della vendita a contanti come si [illegible] nei seguenti esempj.

Quesito primo

Si vuol barattare lana con lino; il lino a contanti vale £ 5 e 15 [illegible] a baratto si mette £ 7 la lib., la lana vale a contanti £ 4 e 8 [illegible] si cerca quanto si dovrà [illegible] a baratto [illegible] per 100 lib. di lino quanta lana si dovrà dare.

Per rilevare quanto vaglia [illegible] di detta lana a baratto si opera come segue:

$$C.^{ti} : B.^{to} :: C.^{ti} : B.^{to}$$

$$5\tfrac{3}{4} : 7 :: 4\tfrac{2}{5} : x$$

Fatte le convenienti operazioni risulta il valor di una libbra di lana a baratto £ $5\frac{41}{115}$.

Per conoscere poi [illegible] 100 [illegible] quanta lana si possa acquistare [illegible] il metodo seguente

[illegible]

$1 : 5\frac{3}{4} :: 100 : x$

[illegible] il prezzo di ₤ 100 di lino al [illegible]

[illegible] Quarta proporzione

$5\frac{31}{115} : 1 :: 575 : x$

Fatto il dovuto calcolo si trova che per ₤ 100 di lino si avranno ₤ 109 $\frac{71}{606}$ di lana.

Quesito 2do.

Due barattano [illegible] caffè [illegible] del zucchero a contanti val ₤ 2. sol. 5, ed a baratto lo fece pagare ₤ 2 [illegible] 10. Il 100 del caffè a contanti val ₤ 300, ed a baratto si valutò ₤ 350. Si cerca chi meglio baratto; e quale sia il guadagno, o la perdita per ogni ₤ % impiegate in tale baratto, essendo inguale?

[illegible] quello che a contanti val 7. a baratto val 8. [illegible] che a contanti val 300 a baratto, [illegible] la conveniente [illegible] ne [illegible] 333 $\frac{1}{3}$. Dunque quello del caffè meglio baratto! Per rilevare quanto abbia guadagnato [illegible] lir. 333 $\frac{1}{3}$ guadagnano lir. [illegible] guadagneranno lir. 100? [illegible] guadagnano lir. 5

Quesito terzo

Uno ha della lana che a contanti val lir. 6 la libbra, ma a baratto ne vuole 7. Un altro ha della canapa che a contanti val lir. $4\frac{2}{5}$ la libbra. Questi vorrebbero far baratto [illegible] il secondo guadagnare lir. 10 per ogni lir. 100, che [illegible] in tal contratto; si cerca quanto dovrà valutare la libbra la [illegible]

Si seguirà [illegible] a valere [illegible] dato [illegible] la sua a
baratto uguale dicendo, se [illegible] pagar [illegible] quanto [illegible]
[illegible] pagar $4\frac{2}{5}$ [illegible] pagare $5.1\frac{3}{5}$ Adunque la sua a ba-
ratto uguale valore lir $5.1\frac{3}{5}$ la lib [illegible] ogni
lir 00. [illegible] qualunque 100 si dice così se 100 mi dà 110
[illegible] mi darà $5.1\frac{3}{5}$ fatta la dovuta operazione mi darà $5.7\frac{21}{25}$
e tanto dovrà valutare la sua lana il secondo volendo gua-
dagnare lir 10 per ogni lir 100.

Quesito 47

Due fanno baratto. Il primo ha lib. 1000. di canapa
che a contanti val lir. 26 il %, ed a baratto ne [illegible]
[illegible] 30 e vuole la terza parte in contanti. L'al-
tro si trova avere del drappo, che a contanti val lir.
10. il braccio. Si cerca quanto deve porre il
drappo a baratto, e per le proposte lib. 1000 di canapa
quanto drappo, e contanti avrà il primo.

Ogni volta, che uno dei barattanti sopramette la sua
mercanzia e vuole ancora una parte di denari in contan-
ti bisogna in tal caso cavar [illegible] la tal parte [illegible]
[illegible] a baratto [illegible] in questo caso [illegible]
la terza parte si avrà 10 (la quale 10 è terza parte di 30)
~~[illegible]~~ [illegible] si caverà dallo stesso prezzo a baratto e ne
resterà 20 parimenti si caverà [illegible] 10 da 26 prezzo a
contanti e ne resterà 16. Fatto questo si dice se lir 16 [illegible]
[illegible] 20 che si [illegible] lir 10 [illegible]

13

13 $\frac{1}{3}$ Adunque il secondo ci dovrà, a ragione a baratto lir. il braccio

Per sapere quanto Drappo avrà per le libre 1000 di Canepa, già si sa che detta Canepa a ragione di lire 30 il % costeria lir. 300 ma perchè ne vuole la terza parte in contanti cioè lire 100 e per li altri $\frac{2}{3}$ si dirà se con lir. 13 $\frac{1}{3}$ si ha un braccio di Drappo con lir. 200 quante Braccia si avrà e avrà Braccia 15. Adunque per lib. 1000 di Canepa dovrà avere il primo lir. 100. in contanti e Braccia 15 di Drappo. La prova di queste ragioni è questa: bisogna, che a mezzo in contanti uno dia all'altro tanto quanto esso da quello riceve. E questo provasi così. Le lib. 1000. di Canepa a lir. 25 il % costano lir. 250.– e le Braccia 15 di Drappo che l'altro ha avuto a ragione di lir. 10. il braccio costano lir. 150.– alle quali aggiungendo le lir. 100.– avute in contanti fanno parimenti L. 250.–, che è quanto [illegible]

Quesito quinto

Altri due vogliono far baratto. Il primo ha 50 libre di Bombace, che a contanti val 6 D.ti il cento e a baratto D.ti 7 $\frac{2}{3}$ e vuole 80 D.ti in contanti. Il secondo si trova avere dell'Indico che a contanti vale 24 D.ti la libra si cerca quanto si dovrà valutare l'Indico acciò il cambio sia uguale e quanto Indico e D.ti si avranno per le sporte libre 50 di Bombace?

Prima bisogna vedere quanto costino le libre 50 di Bombace all'uno, e all'altro mezzo. A contanti val D.ti 300 e a baratto D.ti 383 $\frac{1}{3}$. Fatto questo si cavano li D.ti 80 dalli D.ti

Dr 300 e dalle 383 $\frac{1}{3}$ nelle restaranno Dr 220 a contan-
ti, a 303 $\frac{1}{3}$ a baratto. Dopo si dica se Dr 220 si fanno 303 $\frac{1}{3}$
Dr 4 quanti ne doveranno fare? si doveranno fare Dr 5 $\frac{17}{33}$
Adunque il giudice si dovrà far pagare a baratto Dr 5 $\frac{17}{33}$
la libra. Nel resto della proporzione si opera come nella
sua natura

Operazione

50	56	300	383 $\frac{1}{3}$
6	7 $\frac{2}{3}$	80	80
300	383 $\frac{1}{3}$	220	303 $\frac{1}{3}$

220 : 303 $\frac{1}{3}$ :: 4 : 5 $\frac{17}{33}$

5 $\frac{17}{33}$: 1 :: 303 $\frac{1}{3}$: ~~55~~

Prova

Peso di bombace a Dr 5 [illegible] Dr 300
Indicando lib a Dr 4 la lib. Dr 220
Più contanti 80
300

Quesito 6to.

Due barattano bom. cotogni a noci. Il canto di Co-
togni a contanti val £ 20, e a baratto 25. Uno stajo
di noci a contanti vale £ 30, ed a baratto si valu-
tò a ragione di £ 37 lo stajo con patto
di [illegible] in contanti nel caso di disparità si cerca
con chi meglio baratto e di quanto doverà com-
pensare il compagno attendo il baratto ineguale?

Opera

venga investigando che meglio baratto conseguisca nel pre. zzo 2do, ma leggiadramente si farà così: si mettono i prezzi di due contanti come di sotto si vede e moltiplicandoli in croce li prodotti si collocano a dirimpetto di essi e quello, che avrà maggior prodotto avrà meglio baratto ed è tenuto a usare il compagno. Per sapere di quanto l'abbia di ristoro si fa così: si cava il prod.tto minore dal prod.to maggiore, e la differenza partita per la differenza de' due prezzi di chi meglio baratto avrà nel quoziente di quanto l'abbia di ristoro

In contanti — A Baratto

Cotogni liv. 20 — 26 — 780 prod.to per i Cotogni

Noci " 30 — 37 — 740 prod.to per le Noci

Resto 40

Meglio baratto quello de' Cotogni. La differenza da li. 20 a liv 26 prezzo a contanti ed a baratto di chi meglio baratto è 6 per il quale dividendo il resto 40 di quoziente ne viene $6\frac{2}{3}$ e così concludo che quello di Cotogni deve dare in contanti a quello delle Noci liv $6\frac{2}{3}$ per ogni stajo di Noci per il resto tanti Cotogni; cioè vendendo a baratto le Noci liv. 37 lo stajo ha d'avere li. $6\frac{2}{3}$ in contanti e per le rimanenti li. 30 $\frac{1}{3}$ tanti Cotogni

Quesito 7mo

Baratta formento con vino. Il formento che a contanti val li 20 lo stajo si valuta li 24 a respiro di me. si ... il vino che a contanti val li ... quanto si dovrà va. lu.

intero a baratto con respiro di mesi 11

Simili quesiti si risolvono con proporzioni composte. Pel presente, s'inferisca: se lir. 20. in mesi 9. mi guadagnano lir. 4.; che lir. 16. del Vino a respiro di mesi 11? il termine cercato aggiunto a lir. 16. darà il prezzo del Vino

Operazione

20 : 9 :: 4
16 : 11 :: x

Cioè 180 : 176 :: 4 : 3 $\frac{41}{45}$

a cui aggiunto 16 dà il prezzo a baratto di L 19 $\frac{41}{45}$

Quesito 4.to

Pietro vende a Paolo una quantità di formento, che a contanti val lir. 30 ½ lo stajo. Ma perchè Paolo domanda Mesi 8 $\frac{2}{3}$ di respiro lo mette lir. 34. lo stajo. Occorre che Paolo non molto dopo vende a Pietro una quantità di Panno a lir. 40. il Braccio, benchè a contanti non valeva se non lir. 35 si cerca quanto tempo dovrà dare a Pietro per osservare quel medesimo ordine, che lui tenne nel vendere il formento

Operazione

Cap.		Guad.		Temp.
30 ½	:	3 ½	::	8 $\frac{2}{3}$
35	:	5	::	x

Cioè 1470 : 610 :: 26 : 10 $\frac{110}{147}$

Prova

Prova

Cap.		Cap.	Giorni	Giorni
32	:	51	5	x
1		2		
Mesi		Mesi		
10520	:	20		
147		3		

Cioè 11102 : 38857 1 . 3½

Quesito nono

Un Mercante vende una quantità di Oglio per Fior. [illegible] il suo [illegible] in contanti ma perchè il compratore domanda 7 mesi e 20 giorni di respiro volle Fiorini 64 il [illegible]. Non molto dopo il Compratore dell'Oglio vendette all'altro una quantità di vino a £ 70 la botte in contanti. Ma perchè questo [illegible] 14 Mesi e 24 giorni di tempo al pagamento si cerca di quanto dovrà accrescere il prezzo acciò rintrino del [illegible]

[illegible] 252.10
[illegible] 64 [illegible] 320.[illegible]

Differenza £ 67.10

Operazione

Cap.		Cap.	Giorni	Giorni
252	:	70	172	x
2/3	.	4 4/5		

Cioè 2323 . 3108 27 30 388/2323.

Ma [illegible] quantità [illegible] equazione [illegible].

[illegible] $x + 20 \times$ [illegible]

Ma questa quantità [illegible] equazione (A).

Dunque $x + 20 \times$ [illegible]

[illegible]

Quesito che ascende al terzo grado

Da una Botte si estraggono 10 misure di vino e si infondono 10 di acqua. Di nuovo si estraggono 15 misure di liquor misto, e si rimettono 15 misure di acqua. Finalmente si estraggono 20 misure di liquor misto e sostituite 20 misure di acqua, si trova che nella Botte il vino sta all'acqua come [illegible]. Si cerca la capacità della Botte?

Sia eguale ad x la quantità delle misure, che contiene la Botte, dunque estratte misure 10 di Vino, e rimesse misure 10 di acqua, sarà il vino all'acqua nella Botte come $x-10$ a 10.

Si divida [illegible] misure da estrarsi nella predetta ragione, chiamando V la parte del vino, che deve uscire, e Q la parte dell'acqua, si avrà:

$$V + Q = 15 \quad (A)$$

$$V : Q :: x - 10 : 10 \quad (B)$$

[illegible]

$$V = 15 - Q \quad (A)$$

$$10V = xQ - 10Q \quad (B)$$

Moltiplicando (A) per 10 si ha

$$10V = 150 - 10Q \quad (A)$$

Si ha

Sostituito il valor di A in B' si avrà

$$xQ - 10Q = 15'0 - 10Q$$

Congiungendo: $xQ = 15'0$

Riducendo: $Q = \frac{15'0}{x}$

E : $V' = 15' - \frac{15'0}{x}$

Ora dal primo residuo rimasto nella Botte sottratto la porzione di Vino, che di nuovo si estrae; si ha

$$x - 10 - 15' + \frac{15'0}{x}$$

Fatta la frazione $\frac{x^2 - 10x - 15'x + 15'0}{x}$ e ridotta alla min. denom.

congiungendo $\frac{x^2 - 25'x + 150}{x}$

E ciò uguaglia la parte del vino che rimane nella Botte dopo aver estratte le 15' mis. di questo misto sottraggasi di nuovo la porzione acqua ritrovata dall'acq. unita dell'acqua aggiunta nella prima sostituzione e si avrà.

$$10 - \frac{15'0}{x}$$

Fatta la frazione. $\frac{10x - 15'0}{x}$ ridotta alla min. denomin.

Aggiunta a questa quantità l'acqua della sostit. si ragione sarà $\frac{10x - 15'0}{x} + 15'$

Ridu

Ma questa quantità ... 24.

Dunque $x + 20 \times 12 - y - z - u = 24$

Fatta la Moltiplica

$12x + 240 - xy - 20y - xz - 20z - xu - 20u = 24$ ...

24 x

B.

Fatta la frazione Riducendo alla medesima denominazione, e componendo. $\underline{25x - 150}$

E ciò aguaglia la parte dell'Acqua entrata dopo aver aggiunte le 15. mine di Acqua.

Perchè poi di nuovo debbono estrarsi mine 20. di liquor misto bisogna di nuovo le dette mine 20 dividere nella predetta ragione col metodo precedente, e sarà

Per la prima cond.^{e} $\quad P + Q = 20 \quad A$

Per la 2da " $\quad P : Q :: x^2 - 25x + 150 : 25x - 150 \quad B$

Fatta la trasposizione in A e ridotta in Equazione la proporzione B, si ha:

$$P = 20 - Q \quad A$$

$$25x\,P - 150\,P = x^2Q - 25xQ + 150\,Q \quad B$$

Moltiplicando A per $25x - 150$ diviene:

$$25x\,P - 150\,P = 500x - 3000 - 25xQ + 150\,Q \quad A$$

Sostituito il valor di A in B risulta:

$$500x - 3000 - 25xQ + 150Q = x^2Q - 25xQ + 150Q$$

Componendo: $\quad x^2Q = 500x - 3000$

Riducendo: $\quad Q = \dfrac{500x - 3000}{x^2}$

E $\quad P = \dfrac{20x^2 - 500x + 3000}{x^2}$

Ora

Ora dal secondo residuo rimasto nella Botte sottratta la porzione di vino che di nuovo si estrae, si ha

$$\frac{x^2-25x+150}{x} - \frac{20x^2+500x-3000}{x^2}$$

Riducendo alla stessa denominazione si avrà

$$\frac{x^4-25x^3+150x^2-20x^3+500x^2-3000x}{x^3}$$

Componendo: $\frac{x^4-45x^3+650x^2-3000x}{x^3}$

E ciò uguaglia la parte del vino che rimane nella Botte dopo estratte le 20 misure di liquor misto.

Sottraggasi di nuovo la porzione acqua ritrovata dall'acqua unita dall'acqua estratta nella seconda sostituzione e si avrà.

$$\frac{25x-150}{x} - \frac{500x+3000}{x^2}$$

Riducendo alla medesima denominazione si ottiene

$$\frac{25x^3-150x^2-500x^2+3000x}{x^3}$$

Aggiunta a questa quantità l'acqua della terza sostituzione, risulta:

$$\frac{25x^3-150x^2-500x^2+3000x}{x^3}+20$$

Riducendo alla medesima denominazione si ha

$25x^3$

[illegible] quantità [illegible] equazione 24.

[illegible] $x + 20 \times$ [illegible] y [illegible] z [illegible] 24

[illegible]

$$12x + 240 - xy - 20y - xz - 20z - xu - 20u = 24$$ [illegible]

24 / x

$$\frac{25'x^3 - 150x^2 - 500x^2 + 3000x + 20x^3}{x^3}$$

Componendo: $\frac{45'x^3 - 650x^2 + 3000x}{x^3}$

E ciò eguaglia la parte dell'acqua entrata dopo aver fatta l'ultima aggiunta di 20. Misure di acqua

24 x

Paragonando ora il Vino rimasto nella Botte, e l'acqua entrata alla ragione sopra indicata di 5 a 7 risultano le due seguenti Equazioni

13.

$$\frac{x^4 - 45'x^3 + 650x^2 - 3000x}{x^3} = \frac{5x}{12}$$

$$\frac{45'x^3 - 650x^2 + 3000x}{x^3} = \frac{7x}{12}$$

Levate le frazioni si ha:

$$12x^4 - 5'40x^3 + 7800x^2 - 36000x = 5x^4$$

$$5'40x^3 - 7800x^2 + 36000x = = 7x^4$$

Componendo risulta

$$7x^4 - 5'40x^3 + 7800x^2 - 36000x = 0$$

$$7x^4 - 5'40x^3 + 7800x^2 - 36000x = 0$$

Dividendo l'una, o l'altra Equazione per x, diviene:

$$7x^3 - 5'40x^2 + 7800x - 36000 = 0$$

liberando la massima incognita dal coefficiente si ha

$$x^3 - \frac{5'40x^2}{7} + \frac{7800x}{7} - \frac{36000}{7} = 0$$

Ora

Ora per risolverla secondo il metodo generale si faccia $x = 7y$, e si moltiplichi per $\div$ 1. 7. 49. 343, e l'equazione si trasformerà nella seguente:

$$y^3 - 540y^2 + 54600y - 1764000 = 0$$

Per togliere il secondo termine fatto $y = z + 180$, essa si trasformerà, come segue.

$$\begin{aligned} y^3 &= z^3 + 540z^2 + 97200z + 5832000 \\ -540y^2 &= -540z^2 - 194400z - 17496000 \\ +54600y &= +54600z + 9828000 \\ -1764000 &= -1764000 \end{aligned}$$

Cioè $z^3 \ldots\ldots - 42600z - 3600000 = 0$

E dividendo per $\div$ 1, 10, 100, 1000

fatto $10z = u$, sarà la nuova Equazione:

$$u^3 \ldots\ldots - 426u - 3600 = 0 \quad F$$

Ora si fa regolazione che qualche quadrato come 441 sottraggasi il coefficiente 426 del terzo termine e per residuo 15 si divida l'omogeneo, il quoto numeratto ci è 240: ma perchè sostituito nell'Equazione F non fa svanire i termini non sarà 240 vera radice. Bisogna però sottrarre 426 da qualche altro quadrato, come da 576, e per residuo 150 dividere di nuovo l'omog.

non

Ma questa quantità, [illegible] dee eguagliare 24.

Dunque $x + 20 \times 12 - y - z - u = 24$

[illegible] in moltiplica —

$12x + 240 - xy - 20y - xz - 20z - xu - 20u = 24 \cdot 4$

mo 2600, risulta il quoto 24, il quale sostituito in z riduce a i termini dell'Equazione al zero, perciò 24 è radice della detta Equazione.

Ma $z : u$ come $10 : 1$

Dunque moltiplicando per 10, si ha $z = 240$

Essendo poi $y = z + 180$

Sarà $y = 240 + 180 = 420$

E' poi $y : x :: 7 : 1$

Dunque dividendo $y = 420$ per 7 si trova $x = 60$, radice cercata. Perciò la capacità della Botte è misure 60.

Ma questa quantità per l'ipotesi è eguale a 24.

Dunque $x+20 \times 12-y-z-u = 24$

fatta la moltiplicazione

$$12x+240-xy-20y-xz-20z-xu-20u=24 \quad (A)$$

E poi dall'ipotesi ancora $xy=24$ e però $y=\frac{24}{x}$

Sostituito in questa equazione avremo

$$12x+240-24-\frac{480}{x}-xz-20z-xu-20u=24$$

~~[illegible]~~ levando il divisore

$$12x^2+240x-24x-480-x^2z-20xz-x^2u-20xu=24x$$

Riducendo li termini

$$12x^2+192x-x^2z-20xz-x^2u-20xu=480 \quad (B)$$

Trovami un numero dal qual cavandone il terzo, e da quel che resta cavandone il quarto, e dal secondo resto cavandone il sesto e l'ultimo residuo sia 140.

Sia x il N.° cercato

Primo $\frac{x}{1} - \frac{x}{3}$ cioè $\frac{3x - x}{3}$, cioè $\frac{2x}{3}$

Quindi $\frac{2x}{3} - \frac{x}{4}$ cioè $\frac{8x - 3x}{12}$ cioè $\frac{5x}{12}$

In seguito $\frac{5x}{12} - \frac{x}{6}$ cioè $\frac{30x - 12x}{72}$ cioè $\frac{18x}{72}$

Dunque $\frac{18x}{72} = 140$

$$\begin{array}{r} 140 \\ 72 \\ \hline 280 \\ 980 \\ \hline \end{array}$$

$18x = 10080 = 560$

$$\begin{array}{r} 18 \\ \hline 90 \\ 108 \\ 108 \\ \hline -\ -\ 0 \end{array}$$

[illegible]

$$90x^3 + 900x^2 - 3750x - \frac{180x^3 - 3000x^2 - 4500x}{x+5} = 4500$$

Moltiplicando per $x+5$ si ha

$$90x^4 + 450x^3 + 960x^3 + 4800x^2 - 3750x^2 - 18750x - 180x^3 - 3000x^2$$
$$- 4500x = 4500x + 22500$$

Riducendo, e ordinando diviene:

$$90x^4 + 1230x^3 - 1950x^2 - 27750x - 22500 = 0 \text{ D.}$$

Ovvero

$$9x^4 + 123x^3 - 195x^2 - 2775x - 2250 = 0 \text{ D.}$$

~~Moltiplicando per ... 9 ...~~ Dividendo per 9 risulta

$$x^4 + \frac{123x^3}{9} - \frac{195x^2}{9} - \frac{2775x}{9} - \frac{2250}{9} = 0$$

Moltiplicando per ÷ 1, 9, 81, 729, 6561 fatto $9x = r$ si ha

$$r^4 + 123r^3 - 1755r^2 - 224775r - 1640250 = 0$$

Dividendo per ÷ 1, 3, 9, 27, 81 fatto $r = 3s$

$$s^4 + 41s^3 - 195s^2 - 8325s - 20250 = 0$$

Per levare il secondo termine si faccia $s = p - \frac{41}{4}$, cioè vero $\frac{4p-41}{4}$ e si avrà

$$s^4 = 256p^4 - 10496p^3 + 101376p^2 - 1102756p + 2825761/256$$
$$41s^3 = +10496p^3 - 322752p^2 + 3306208p - 11303044/256$$
$$-195s^2 = -49920p^2 + 1023360p - 5244720/256$$
$$-8325s = -2131200p + 21844800/256$$
$$-20250 = -5184000/256$$

$$\frac{256p^4 \; * - 211296p^2 + 1097032p + 2938797}{256} = 0$$

Cioè $$p^4 \; * - \frac{211296p^2}{256} + \frac{1097632p}{256} + \frac{2938797}{256} = 0$$

sostituito questo valore in 13 risulta.

$$30x^2+390x-\frac{180x^2}{3x+5}-x^2u-\frac{2700x}{3x+5}-15xu=900$$

Moltiplicando per $3x+5$ si ha

$$90x^3+150x^2+1170x^2+1950x-180x^2-3x^3u-5x^2u-2700x-$$
$$-45x^2u-75xu=2700x+4500$$

Riducendo, e trasponendo diviene.

$$90x^3+1140x^2-3450x-3x^3u-50x^2u-75xu=4500 \quad C$$

E pure per ipotesi $xu+5u=60$, e però $u=\frac{60}{x+5}$

sostituito questo valore in C risulta:

$$90x^3+1140x^2-3450x-\frac{180x^3}{x+5}-\frac{3000x^2}{x+5}-\frac{4500x}{x+5}=4500$$

Moltiplicando per $x+5$ si ha

$$90x^4+450x^3+1140x^3+5700x^2-3450x^2-17250x-180x^3-$$
$$-3000x^2-4500x=4500x+22500$$

Riducendo, trasponendo, e ordinando diviene.

$$90x^4+1410x^3-750x^2-26250x-22500=0$$

Trasponendo, e riducendo

$$30x^2+330x-x^2z-x^2u-15xz-15xu=900 \quad 13$$

E parimenti dall'ipotesi $\frac{3xz+5z}{3}=60$, ovvero $3xz+5z=180$, e però $z=\frac{180}{3x+5}$

sostituito questo valore in 13 risulta:

~~$90x^3+150x^2+990x^2+1650x$~~

$$30x^2+330x-\frac{180x^2}{3x+5}-x^2u-\frac{2700x}{3x+5}-15xu=900$$

Moltiplicando per $3x+5$ si ha.

$$90x^3+150x^2+990x^2+1650x-180x^2-3x^3u-5x^2u-2700x-$$
$$-45x^2u-75xu=2700x+4500$$

Riducendo, e trasponendo diviene:

$$90x^3+960x^2-3750x-3x^3u-50x^2u-75xu=4500 \quad C$$

E pure per ipotesi $xu+5u=60$, e però $u=\frac{60}{x+5}$.

sostituito questo valore in C risulta:

$$90x^3+960x^2-3750x-\frac{180x^3}{x+5}-\frac{3000x^2}{x+5}-\frac{4500x}{x+5}=4500$$

Riponendo

$$90x^3+510x^2-\frac{180x^3}{x+5}-\frac{2100x^2}{x+5}-2700x-\frac{3000x}{x+5}=3000$$

e moltiplicando per $x+5$ diviene:

$$90x^4+450x^3+510x^3+2550x^2-180x^3-2100x^2-2700x^2-13500x-$$
$$-3000x=3000x+15000$$

Riducendo, trasponendo, e ordinando

$$90x^4+780x^3-2250x^2-19500x-15000=0$$

Numero degli individui della prima classe $=y$ della seconda $=z$, della terza $=u$, e della 4ta $=30-y-z-u$.

Stipendio cercato di ciascun individuo della prima classe $=x$, quindi della 2da $=x+1\frac{2}{3}$, ovv.e $\frac{3x+5}{3}$; ma ciascuno della terza ha quanto ciascuno della 2da più $3\frac{1}{3}$, cioè $\frac{3x+5+10}{3}$, cioè ovv.o $x+5$; finalmente ciascuno della 4ta ha quanto ciascuno della terza più 10, cioè $x+5+10$, ovv.o $x+15$.

Stipendio di tutta la prima classe $=xy$, della 2da $=\frac{3xz+5z}{3}$, della terza $=xu+5u$ e della 4ta $=30x-xy-xz-xu+$
$+450-15y-15z-15u$.

Ma questa quantità per l'ipotesi deve agguagliare 60 Dunque

$$30x-xy-xz-xu+450-15y-15z-15u=60$$

Cioè trasponendo

$$30x-xy-xz-xu-15y-15z-15u=-390 \quad A$$

E poi dall'ipotesi ancora $xy=60$, e però $y=\frac{60}{x}$

sostituito questo valore in A si ha

$$30x-\frac{60x}{x}-xz-xu-\frac{900}{x}-15z-15u=-390$$

E moltiplicando per x diviene

$$30x^2-60x-x^2z-x^2u-900-15xz-15xu=-390x$$

E trasponendo, e riducendo

$$30x^2+390x-x^2z-x^2u-15xz-15xu=900 \quad B$$

E parimenti dall'ipotesi $\frac{3xz+5z}{3}=60$, cioè $3xz+5z=180$ e

però $z=\frac{180}{3x+5}$

sost.

Sostituito questo valore in 13 risulta:

$$30x^2 + 390x - \frac{180x}{3x+5} - x^2u - \frac{2700x}{3x+5} - 15xu = 900$$

Moltiplicando per $3x+5$ si ha

$$90x^3 + 150x^2 + 1170x^2 + 1950x - 180x^2 - 3x^3u - 5x^2u - 2700x -$$
$$- 45x^2u - 75xu = 2700x + 4500$$

Riducendo, e trasponando diviene.

$$90x^3 + 1140x^2 - 3450x - 3x^3u - 50x^2u - 75xu = 4500 \quad C$$

E pure per ipotesi $xu + 5u = 60$, e però $u = \frac{60}{x+5}$

Sostituito questo valore in C risulta:

$$90x^3 + 1140x^2 - 3450x - \frac{180x^3}{x+5} - \frac{3000x^2}{x+5} - \frac{4500x}{x+5} = 4500$$

Moltiplicando per $x+5$ si ha

$$90x^4 + 450x^3 + 1140x^3 + 5700x^2 - 3450x^2 - 17250x - 180x^3$$
$$- 3000x^2 - 4500x = 4500x + 22500$$

Riducendo, trasponendo, e ordinando diviene.

$$90x^4 + 1410x^3 - 750x^2 - 26250x - 22500 = 0$$

Trasponendo, e riducendo

$$30x^2 + 330x - x^2z - x^2u - 15xz - 15xu = 900 \quad 13$$

E rimanendo dall'ipotesi $\frac{3xz+5z}{3} = 60$, ovvero

$3xz + 5z = 180$, e però $z = \frac{180}{3x+5}$

Sostituito questo valore in 13 risulta:

~~$90x^3 + 150x^2 + 990x^2 + 1650x$~~

$$30x^2 + 330x - \frac{180x^2}{3x+5} - x^2u - \frac{2700x}{3x+5} - 15xu = 900$$

Moltiplicando per $3x+5$ si ha:

$$90x^3 + 150x^2 + 990x^2 + 1650x - 180x^2 - 3x^3u - 5x^2u - 2700x$$
$$- 45x^2u - 75xu = 2700x + 4500$$

Riducendo, e trasponendo diviene:

$$90x^3 + 960x^2 - 3750x - 3x^3u - 50x^2u - 75xu = 4500 \quad C$$

E pure per ipotesi $xu + 5u = 60$, e però $u = \frac{60}{x+5}$.

Sostituito questo valore in C risulta:

$$90x^3 + 960x^2 - 3750x - \frac{180x^3}{x+5} - \frac{3000x^2}{x+5} - \frac{4500x}{x+5} = 4500$$

Riporto

$$90x^3 + 510x^2 - \frac{180x^3}{x+5} - \frac{2100x^2}{x+5} - 2700x - \frac{3000x}{x+5} = 3000$$

E moltiplicando per $x + 5$ diviene:

$$90x^4 + 450x^3 + 510x^3 + 2550x^2 - 180x^3 - 2100x^2 - 2700x^2 - 13500x -$$
$$- 3000x = 3000x + 15000 \quad D$$

Riducendo, trasponendo e ordinando

$$90x^4 + 780x^3 - 2250x^2 - 19500x - 15000 = 0$$

Numero degli individui della prima classe $= y$, della seconda $= z$, della terza $= u$, e della 4ta $= 30 - y - z - u$

Stimando il carato di ciascun individuo della prima classe $= x$, quindi della 2da $= x + 1\frac{2}{3}$, ovvero $\frac{3x+5}{3}$; ma ciascuno della terza ha quanto ciascuno della 2da più $3\frac{1}{3}$, cioè $\frac{3x+5+10}{3}$, cioè ovvero $x + 5$; e finalmente ciascuno della 4ta ha quanto ciascuno della terza più 10, cioè $x + 5 + 10$, ovvero $x + 15$.

Stimando di tutta la prima classe $= xy$, della 2da $= \frac{3xz+5z}{3}$, della terza $= xu + 5u$ e della 4ta $= 30x - xy - xz - xu + 450 - 15y - 15z - 15u$.

Ma questa quantità per ipotesi deve eguagliare 60 Dunque

$$30x - xy - xz - xu + 450 - 15y - 15z - 15u = 60$$

Cioè trasponendo

$$30x - xy - xz - xu - 15y - 15z - 15u = -390 \quad A$$

Ma poi dall'ipotesi ancora $xy = 60$, e però $y = \frac{60}{x}$

Sostituito questo valore in A si ha

$$30x - \frac{60x}{x} - xz - xu - \frac{900}{x} - 15z - 15u = -390$$

E moltiplicando per x diviene

$$30x^2 - 60x - x^2z - x^2u - 900 - 15xz - 15xu = -390x$$

E trasponendo, e riducendo

$$30x^2 + 390x - x^2z - x^2u - 15xz - 15xu = 900 \quad B$$

Ma similmente dall'ipotesi $\frac{3xz+5z}{3} = 60$, cioè $3xz + 5z = 180$ e però $z = \frac{180}{3x+5}$

Segu.

... la nostra quantità per ipotesi deve agguagliare 60

Dunque $30x - xy - xz - xu + 300 - 10y - 10z - 10u = 60$

Cioè ~~componendo~~ trasponendo

$30x - xy - xz - xu - 10y - 10z - 10u = -240$ A

... dall'ipotesi ancora $xy = 60$, e però $y = \frac{60}{x}$

Sostituito questo valore in A sarà

$$30x - \frac{60x}{x} - xz - xu - \frac{600}{x} - 10z - 10u = -240$$

Ridotti i termini simili a un sol termine, e levato il divisore

$$30x^3 - x^3z - x^3u - 600x - 10x^2z - 10x^2u = -180x^2$$

Dividendo tutti i termini per x, risulta:

$$30x^2 - x^2z - x^2u - 600 - 10xz - 10xu = -180x \quad B$$

E rimanendo dall'ipotesi $\frac{3xz + 5z}{3} = 50$; però $3xz + 5z = 150$,

e però $z = \frac{180}{3x+5}$

Sostituito questo valore in B si avrà.

$$30x^2 - \frac{180x^2}{3x+5} - x^2u - 600 - \frac{1800x}{3x+5} - 10xu = -180x$$

E levato il divisore $3x+5$

$$90x^3 + 150x^2 - 180x^2 - 3x^3u - 5x^2u - 1800x - 3000 - 1800x - 30x^2u - 50xu = -540x^2 - 900x$$

Trasponendo, e riducendo

$$90x^3 + 510x^2 - 3x^3u - 35x^2u - 2700x - 50xu = 3000 \quad C$$

~~E ancora $\frac{3xu + 10u}{3} = 60$, però $3xu + 10u = 180$, e però~~

~~$u = \frac{180}{3x+10}$~~

~~Sostituito questo valore in C~~ risulta

E si ha ancora per ipotesi $xu + 5u = 60$, e però $u = \frac{60}{x+5}$

Sostituito questo valore in C risulta.

$$90x^3 + 510x^2 - \frac{180x^3}{x+5} - \frac{2100x^2}{x+5} - 2700x - \frac{3000x}{x+5} = 3000$$

Segue

Dunque per l'ultima del sesto ancora l'arco BC sarà più dell'arco [illegible] e però similmente triplo tanto dell'arco Bm, quanto dell'arco mn. Dunque l'angolo BAC è triplo tanto dell'arco [illegible] [illegible] [illegible] ancora nAC sarà la terza parte [illegible] BAC e BAC [illegible] viso, come si era proposto di fare.

[illegible] trovare due numeri tali, che il prodotto di tutti due nella [illegible] 4 [illegible] dell'altro sia uguale al numero dato

Trovare due numeri tali che il prodotto del primo nella [illegible] [illegible] del 2do sia uguale a 18 e il prodotto del 2do nella [illegible] quadrata del primo uguagli 12. Si cerca quali siano tali numeri.

Trovare [illegible] [illegible] che il prodotto la somma, e la differenza de' loro quadrati siano fra di loro [illegible]

Problema

Ad Uomini 30 di quattro classi devesi distribuire scudi 60 [illegible] con tal legge, che ciascuno della seconda classe abbia 1 $\frac{2}{3}$ più che ciascuno della prima, e ciascuno della terza abbia quanto la 2da, e $3\frac{1}{3}$ più di ciascuno della 2da, e ciascuno della 4ta quanto ciascuno della terza, e 10. meno che ciascuno della terza. Si cercano gl'individui componenti ciascuna classe e quanto [illegible] ciascuno di ciascheduna classe?

Numero degli individui della prima classe $= y$ della 2da $= z$, della terza $= u$, e della 4ta $= 30 - y - z - u$

Ritenendo caricato di ciascun individuo della prima classe $= x$, quindi della seconda $= x + 1\frac{2}{3}$, ovvero $\frac{3x+5}{3}$, quello della terza $= x + 3\frac{1}{3}$, ovvero $\frac{3x+10}{3}$, e però di ciascuno della 4ta $= x + 10$.

Stipendio di tutta la prima classe $= xy$ di tutta la seconda $=$ $\frac{3xz+5z}{3}$, di tutta la terza $= \frac{3xu+10u}{3}$; e di tutta la 4ta $=$
$= 30x - xy - xz - xu + 300 - 10y - 10z - 10u$

plica, che chiamato c il capitale avremo:

$$p = \frac{cr^{n+1} - cr^{n}}{r^{n} - 1}$$

[illegible] dato capitale $272 + \frac{2008}{9261}$, la ragione $\frac{21}{20}$, il tempo 3 e si cerca la [illegible] da pagarsi ogni anno per estinguere il med.^{mo} capitale attesa la [illegible] del frutto, e frutto di frutto

Risolto il problema a norma della med.^{ma} formula si troverà che la [illegible] che [illegible] d'anno in anno è 100.

[illegible] angolo [illegible] A.B.C. [illegible] in tre parti uguali.

[illegible] vertice A come centro e [illegible] intervallo [illegible] [illegible] [illegible] B e C, [illegible] A.B.C. [illegible] il quale [illegible] in 7 [illegible] con apertura di [illegible] [illegible] B [illegible] [illegible] [illegible].

[illegible] [illegible] B, [illegible] [illegible] [illegible] con [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] BC [illegible] [illegible] [illegible] due linee al vertice A quali divideranno il detto angolo in tre parti uguali.

[illegible] per [illegible] F B, F A. [illegible]

Dimostrazione. [illegible] uguale al raggio [illegible] triangolo [illegible] [illegible] [illegible] uguali [illegible] [illegible] angolo esterno A F B del triangolo A F B = a due interni opposti F B A, F A B = [illegible] F B A. [illegible] l'angolo A D F sarà doppio dell'angolo F A B [illegible] [illegible] angolo [illegible] [illegible] = a due interni [illegible] A B D, A D B [illegible] dell'angolo [illegible], ovvero dell'angolo F A B [illegible] [illegible] F A.

[illegible] 3

[illegible] annua p [illegible] un numero d'anni n [illegible] il capitale [illegible]

[illegible] il capitale di debito

[illegible] il capitale cercato x e la ragione in cui ogni anno si aumenta $1:r$

[illegible] il primo anno il capitale [illegible] la ragione del [illegible]

[illegible] rx [illegible] $1:r::x$.

Ma perché da esso si sottrae la pensione p, rimarrà $rx-p$

[illegible] l'anno 2do [illegible] $r(rx-p) = r^2x-rp$ [illegible]

[illegible] la pensione annua [illegible] anno $r^2x-rp-p$

[illegible] anno 3zo si [illegible] $r^3x-r^2p-rp-p$

[illegible] nell'anno n [illegible]

$$r^nx - r^{n-1}xp - r^{n-2}xp - r^{n-3}xp \ldots - r^{n-n}xp$$

Perché poi compiti gli anni n è pagato il debito [illegible] capitale [illegible]

[illegible]

$$r^nx = r^{n-1}p + r^{n-2}p + r^{n-3}p \ldots + r^{n-n}p$$

[illegible] il [illegible] membro di questa equazione è una serie geometrica [illegible] la cui somma è $\frac{pr^n - p}{r-1}$

Si avrà $r^nx = \frac{pr^n - p}{r-1}$

[illegible] per r^n

Diviene $x = \frac{pr^n - p}{r^{n+1} - r^n}$

[illegible] il numero degli anni $n = 3$ [illegible] $p = 100$ e [illegible] come 20 a 21 [illegible] $= \frac{21}{20}$

[illegible] diviene $x = \frac{100r^3 - 100}{r^4 - r^3}$.

[illegible] $100r^3 - 100 = \frac{1231}{30}$

[illegible] $r^4 - r^3 = \frac{9261}{[illegible]}$ [illegible] $x = \frac{2522000}{9261} = 272 + \frac{2009}{9261}$ [illegible]

[illegible]

[illegible] il capitale e il tempo a [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] allora [illegible] la quantità p [illegible]

Esami di matematica a scala
Problema
a rata di cambio annuo

Dato un Capitale, e accordato l'annuo pro; si cerca in quanti anni si estinguerà il Capitale medesimo, pagando annualmente una certa pensione maggiore del pro annuo per saldo di detto pro, e a diffalco del capitale.

Sia il capitale $= a$, il pro annuo $= b$, la pensione annua $= c$.

I. Poichè c è maggiore di b, in fine del primo anno si troverà dal capitale a diminuito $c-b$, onde portando il 2do anno sarà il capitale $a-c+b$.

II. Si faccia $a : b :: a-c+b : \frac{ab-bc+b^2}{a}$ 4to ter. di questa proporzione

Bisogna sottrarre da c il [illegible] trovato per il capitale del 2do anno, e il residuo $c-\frac{ab+bc-b^2}{a}$, ovvero $\frac{ac-ab+bc-b^2}{a}$ sottrarre parimenti da $a-c+b$ capitale del 2do anno allora avremo $a-c+b-\frac{ac+ab-bc+b^2}{a}$ cioè $\frac{a^2-2ac+2ab-bc+b^2}{a}$ per capitale del 3zo anno

III. E [illegible] [illegible] metodo, troveremo essere la diminuzione del capitale nel 3zo anno $\frac{a^2\times c-a^2\times b+2abc-2ab^2+b^2\times c-b^3}{a^2}=\overline{c-b}\times\frac{\overline{a+b}^2}{a^2}$

IV. $\frac{a^3\times c-a^3\times b+3a^2\times bc-3a^2b^2+3ab^2c-3ab^3+b^3\times c-b^4}{a^3}==\overline{c-b}\times\frac{\overline{a+b}^3}{a^3}$

E così in tutti gli altri anni susseguenti; perciò nell'anno x sarà la diminuzione $\overline{c-b}\times\frac{\overline{a+b}^{x-1}}{a^{x-1}}$.

Le diminuzioni dunque possono essere così espresse: $c-b$. $\overline{c-b}\times\frac{a+b}{a}$. $\overline{c-b}\times\frac{\overline{a+b}^2}{a^2}$. $\overline{c-b}\times\frac{\overline{a+b}^3}{a^3}$ . . . . . $\overline{c-b}\times\frac{\overline{a+b}^{x-1}}{a^{x-1}}$, le quali formano una progressione geometrica, la progressione in ragione di a ad $a+b$

Problema

A uomini 24 di quattro classi devono distribuirsi 48 scudi per classe con tal legge, che ciascuno della seconda abbia 4. più che ciascuno della prima, che ciascuno della terza abbia 4. più che ciascuno della 2da, e che ciascuno della 4ta abbia 12. più che ciascuno della terza. Si cercano gli individui componenti ciascuna classe, e quanto ricevarà ciascuno di ciaschedune classe!

Numero degli individui della prima classe $= y$, della 2da $= z$, della terza $= u$, e della 4ta $= 24-y-z-u$

Riscosso cercato di ciascun individuo della prima classe $= x$, dunque di ciascuno della seconda $= x+4$, e quei di ciascuno della terza $= x+8$, ~~finalmente~~ e in conseguenza di ciascuno della 4ta $= x+20$.

Riscosso di tutta la prima classe $= xy$, di tutta la seconda $= xz+4z$, della terza $= xu+8u$, e della 4ta $= 24x-xy-xz-xu+480-20y-20z-20u$

Ma questa quantità per l'ipotesi deve agguagliare 48. Dunque

$$24x-xy-xz-xu+480-20y-20z-20u=48$$

E trasponendo diviene

$$24x-xy-xz-xu-20y-20z-20u=-432 \quad A$$

E poi dall'ipotesi ancora $xy=48$, e però $y=\frac{48}{x}$

Sostituito questo valore in A risulta:

~~...~~ $24x-\frac{48x}{x}-xz-xu-\frac{960}{x}-20z-20u=-432$

Moltiplicando per x si ha

$$24x^2-48x-x^2z-x^2u-960-20xz-20xu=-432x$$

E trasponendo

$$24x^2+384x-x^2z-x^2u-20xz-20xu=960 \quad C$$

E parimenti dall'ipotesi $xz+4z=48$, e però $z=\frac{48}{x+4}$

Sostituito questo valore in C

$$24x^2+384x-\frac{48x^2}{x+4}-x^2u-\frac{960x}{x+4}-20xu=960$$

Molti:

Moltiplicando per $x+4$

$$24x^3+96x^2+384x^2+1536x-48x^2-x^3u-4x^2u-960x$$
$$-20x^2u-80xu=960x+3840$$

E trasponendo

$$24x^3+432x^2-384x-x^3u-24x^2u-80xu=3840 \quad E$$

E' similmente per i notati $xu+8u=48$, e però $u=\frac{48}{x+8}$. F

sostituito questo valore in E risulta

$$24x^3+432x^2-384x-\frac{48x^3}{x+8}-\frac{1152x^2}{x+8}-\frac{3840x}{x+8}=3840$$

Moltiplicando per $x+8$ si ha

$$24x^4+192x^3+432x^3+3456x^2-384x^2-3072x-48x^3-$$
$$-1152x^2-3840x=3840x+30720$$

Trasponendo, ed ordinando diviene

$$24x^4+576x^3+1920x^2-10752x-30720=0 \quad G$$

Dividendo per 24. coefficiente della massima incognita riducesi l'equazione come segue:

$$x^4+24x^3+80x^2-448x-1280=0 \quad H$$

Dividendo l'equazione per $\div$ 1, 4, 16, 64, 256 risulta fatto $x=4r$

$$r^4+6r^3+5r^2-7r-5=0$$

Per levare il secondo termine si faccia $r=s-\frac{6}{4}$ ovvero $\frac{4s-6}{4}$, ovvero $\frac{2s-3}{2}$, e l'equazione si trasformerà nella seguente

$$r^4 = 16s^4-96s^3+216s^2-216s+81 \,//\, 16$$
$$+6r^3 = +96s^3-432s^2+648s-324 \,//\, 16$$
$$+5r^2 = +80s^2-240s+180 \,//\, 16$$
$$-7r = -112s+168 \,//\, 16$$
$$-5 = -80 \,//\, 16$$
$$16s^4 \; * \; -136s^2+80s+25=0$$

Ovvero

Ovvero $s^4 * - \frac{136 s^2}{16} + \frac{80 s}{16} + \frac{25}{16} = 0$

~~Dividendo~~ Moltiplicando p. ÷ 1, 16, 256, 4096, 65536 fatto $16 s = p$

$p^4 * - 2176 p^2 + 20480 p + 102400 = 0$

Dividendo p. ÷ 1, 8, 64, 512 4096 fatto $p = 8q$

$q^4 * - 34 q^2 + 40 q + 25 = 0$ $(q = 5)$

Formula per ridurla alla derivativa della cubica.

$a^6 + 2p a^4 + p^2 a^2 - q = 0$
$- 4r a^2$

Sarà dunque $p = -34$, $q = +40$, $r = +25$

Laonde sostituendo

$a^6 - 68 a^4 + 1056 a^2 + 1600 = 0$

Dividendo p. ÷ 1, 4, 16, 64 fatto $a = 2m$ si ha

$m^6 - 17 m^4 + 66 m^2 + 25 = 0$

Ovvero

$m^3 - 17 m^2 + 66 m + 25 = 0$

Per levare il secondo termine si faccia $m = n + \frac{17}{3}$, ovvero $\frac{3n + 17}{3}$, l'equazione si trasformerà nella seguente.

$m^3 = 27 n^3 + 459 n^2 + 2601 n + 4913 // 27$

$- 17 m^2 = - 459 n^2 - 5202 n - 14739 // 27$

$+ 66 m = + 1782 n + 10098 // 27$

$+ 25 = + 675 // 27$

$27 n^3 * - 819 n + 947 = 0$

Dividendo p. 27. coefficiente della massima incognita

$n^3 * - \frac{819 n}{27} + \frac{947}{27} = 0$

Moltiplicando p. ÷ 1, 27, 729 19683 fatto $27 n = b$

$b^3 * - 22113 b + 690363 = 0$

Problema

A uomini 12. Di quattro [illegible] distribuire 24. [illegible] classe con tal legge che ciascuno della seconda abbia 4 più che ciascuno della prima, che ciascuno della terza abbia 4 più che ciascuno della 2da, e che ciascuno della 4ta abbia 12 più che ciascuno della 3za. Si cercano gli individui componenti ciascuna classe, e quanto riceverà ciascuno di ciascheduna classe?

Numero degli individui della prima classe $= y$, della 2da $= z$, della terza $= u$; della 4ta $= 24 - y - z - u$

Ricevendo di ciascun individuo della prima classe $= x$, della 2da $= x + 4$, della terza $= x + 8$; dunque della 4ta $= x + 20$.

Ricevendo di tutta la prima classe $= xy$, della 2da $= xz + 4z$, della terza $= xu + 8u$, e della 4ta $= 24x - xy - xz - xu + 480 - 20y - 20z - 20u$.

Ma questa quantità per l'ipotesi deve uguagliare 24. Dunque

$$24x - xy - xz - xu + 480 - 20y - 20z - 20u = 24$$

Trasponendo $24x - xy - xz - xu - 20y - 20z - 20u = -456$ A

E poi dall'ipotesi $xy = 24$; e però $y = \frac{24}{x}$

Sostituito questo valore in A

Diviene $24x - \frac{24x}{x} - xz - xu - \frac{480}{x} - 20z - 20u = -456$

Moltiplicando per x si ha: $24x^2 - 24x - x^2z - x^2u - 480 - 20xz - 20xu =$
$= -456x$

Trasponendo: $24x^2 + 432x - x^2z - x^2u - 20xz - 20xu = 480$ B

E parimenti dall'ipotesi $xz + 4z = 24$, quindi $z = \frac{24}{x+4}$

Sostituito questo valore in B

$$24x^2 + 432x - \frac{24x^2}{x+4} - x^2u - \frac{480x}{x+4} - 20xu = 480$$

Molti

Moltiplicando per $x + u$.

$$24x^3 + 96x^2 + 432x^2 + 1728x - 24x^2 - x^3u - 4x^2u - 480x - 20x^2u - 80xu = 480x + 1920$$

E trasponendo

$$24x^3 + 504x^2 + 768x - x^3u - 24x^2u - 80xu = 1920$$

E finalmente per ipotesi $xu + 8u = 24$

e però $u = \frac{24}{x+8}$

Sostituito questo valore in [illegible]

$$24x^3 + 504x^2 + 768x - \frac{24x^3}{x+8} - \frac{576x^2}{x+8} - \frac{1920x}{x+8} = 1920$$

Abate Ferris 1 Febraro.

N° degl'individui della prima classe $= y$. [illegible]

[illegible]

[illegible] 12 [illegible] quattro classi [illegible] 24. [illegible]

[illegible] della 2da [illegible] 4, [illegible]

[illegible] della prima [illegible] della terza [illegible] 4. [illegible]

[illegible] della seconda, e [illegible] ciascuno della quarta [illegible] 12

[illegible] della terza [illegible] gl'individui [illegible]

[illegible] quanto riceverà [illegible] di ciascuna [illegible]

[illegible] degl'individui della prima classe $= y$, della 2da $= z$,

della terza $= u$, della 4ta $= 12 - y - z - u$. [illegible]

[illegible] quanto di ciascun individuo della prima classe

[illegible] $x + 4$ della terza [illegible] $x + 8$ e della quarta

$x + 20$.

[illegible] della prima classe $= xy$; della seconda $= x + 4$

[illegible] della terza $= x + 8 \times u$; della 4ta $= x + 20 \times 12 - y - z - u$

Quesiti Aritmetici.

Spettanti alle Compagnie Mercantili

Quesito I.

Tre Mercanti hanno guadagnato insieme Fiorini 1460. Il primo ne contribuì per Capitale 210. il secondo 300. il terzo 412. Si cerca il guadagno di ciascheduno

Quesito II.

Tizio deve a tre creditori Scudi 1200. Al primo ne deve 350, al secondo 388, al terzo 462, nè si trova avere più che Scudi 700. Si cerca, volendo dividere proporzionalmente, quanto toccarà a ciascuno dei creditori?

Quesito III.

Tre deono dividere una quantità di Scudi 6000, con tal legge, che il primo abbia $\frac{1}{4}$, il secondo $\frac{2}{5}$, il terzo $\frac{3}{7}$. Qual sarà la parte di ciascuno? Con la regola di compagnia si faccia come la somma delle frazioni a caso così $\frac{1}{4}$ $\frac{2}{5}$. $\frac{3}{7}$ al 4.to 3.zo

Quesito IV.

Tre guadagnarono in compagnia Scudi 800. Il primo pose per Capitale Scudi 120; il secondo 200, il terzo pose 30 Miri d'oglio. Fatta la divisione toccò al primo compagno Scudi 145 $\frac{15}{33}$, al secondo Scudi 242 $\frac{14}{33}$, al terzo Scudi 412 $\frac{4}{33}$. Si cerca quanto fu apprezzato l'oglio per ciascun Miro?

Quesito V.

Tre altri guadagnarono in società Scudi 1000. Il primo ne contribuì per capitale 160, il secondo 320, il terzo poi tanto pose, che del lucro gli toccarono Scudi 545 $\frac{5}{11}$. Si cerca il guadagno degl' altri due, e il capitale posto dal terzo compagno?

Quesito VI.

Tre altri hanno guadagnato in società 200 Piastre d'oro. Quanto di capitale abbia ciascuno contribuito non si sà: solo consta che il capitale del primo al capitale del secondo era come 4 a 5, ed il capitale del secondo al capitale del terzo, come [illegible] a 23. Si va indagando il guadagno di ciascuno.

Pare che il presente quesito non possa risolversi senza le regole dell'Algebra: ad ogni modo, se si moltiplichi il primo termine 4 per 3, diveranno i termini ai loro capitali relativi 12, 15, 23 la cui somma è 50. Ora, se s'inferisca: siccome 50 alla quantità dividenda 200, così 12, 15, 23 al quarto termine pel guadagno cercato di ciascuno, si risolverà la questione.

Quesito VII.

Tre in un negozio hanno guadagnato insieme 200 Piastre d'oro. Fatta la divisione, consta che il guadagno del primo era al guadagno del secondo, come 4 a 5, ed al guadagno del terzo come 12 a 23. Se vanno indagando i rispettivi loro capitali?

Questo è del calibro del precedente; però si risolve nello stesso modo, e si serviranno scambievolmente di prova.

Quesito VIII.

Tre Mercanti pongono a traffico insieme un'eguale quantità, con condizione fra loro, che il primo abbia un guadagno del 20 per 100 del suo capitale, il secondo 16 per 100, e il terzo 10 per 100. Avendo guadagnato Ducati 30000. quale sarà il guadagno di ciascuno?

Quesito IX.

Due fanno compagnia. Il primo mette per capitale Zecchini 100. e l'altro Zecch. 40, con patto fra loro, che il primo abbia $\frac{2}{3}$ del guadagno, l'altro $\frac{1}{3}$. Accordata la condizione, entra un terzo nella compagnia con Zecchini 130 alla stessa condizione del primo. Si scioglie la compagnia con un guadagno di 1000 Zecchini; e si cerca la parte di ciascuno.

Suppongasi che li due primi con li 140 Zecchini di capitale ne avessero guadagnati altri 140, sarebbe la parte del primo $93\frac{1}{3}$. e quella del secondo $46\frac{2}{3}$. e senza la detta condizione, si avrebbe 100 pel primo, e 40 pel secondo; sicchè, in vigore del patto, il primo cede al secondo Zecchini $6\frac{2}{3}$, cioè $\frac{1}{15}$ di tutto il suo guadagno 100. Il terzo poi che dee addattarsi alla condizione del primo, dovrà ancor lui cedere al secondo ~~[illegible]~~ Zecch. $8\frac{2}{3}$, cioè $\frac{1}{15}$ parte del suo guadagno, che pel supposto, sarebbe pur uguale al suo capitale 130.

Perciò del comune guadagno supposto 270, sarebbe la parte del primo $93\frac{2}{3}$, del secondo $46\frac{2}{3} + 8\frac{2}{3} = 55\frac{1}{3}$, del terzo $130 - 8\frac{2}{3} = 121\frac{1}{3}$. Ma poichè il comune guadagno è 1000, si faccia, siccome il comune guadagno supposto 270 al vero guadagno 1000, così le parti del supposto $93\frac{1}{3}$, $55\frac{1}{3}$, $121\frac{1}{3}$ al quarto termine, e si averanno le parti cercate.

Quesito X

Due altri fanno compagnia. Il primo mette fiorini 240, e dee avere $\frac{3}{4}$ del guadagno. Il secondo mette fiorini 100, ma questo, per esser uomo esperto, dee avere li $\frac{4}{5}$ del guadagno. Si associa poi un terzo con fiorini 350 alla stessa condizione del primo. Avendo guadagnato fiorini 2000, si cerca la parte di ciascheduno:

Questo si risolve nello stesso modo, che il preced.te a riserva del metodo di determinare le parti dei due primi la cui somma non essendo costituire un tutto, che si determineranno col metodo indicato al quesito 3.

Quesito XI

Due altri fanno compagnia. Il primo propone di mettere fiorini 600, l'altro 400, con patto di partire in fine per metà guadagno e capitale. Accade, che ciascuno non pose, che fiorini 300. Guadagnarono fiorini 3500, e dovendo osservare il primo accordo, si cerca la parte di ciascuno.

Risoluzione

Se avessero posto giusto il concertato, 600, e 400, e avessero guadagnato fior.ni 1000, è chiaro che tra guadagno e cap.le ciascuno avrebbe fior 500, sicchè il primo cede al secondo fior. 100 del suo cap.le, cioè $\frac{1}{6}$; la sesta parte di 300 è 50 che sottratto da 300, cap.le del primo resta 250, e aggiunto a 300, cap.le dell'altro, diviene 350. Ora si vede qual parte sia 250, e 350 di fiorini 600, cap.le e guadagno di ciascuno secondo il suo patto. Fior. 250 sono $\frac{5}{12}$, e fior. 350 sono $\frac{7}{12}$, però si conchiude che al primo tocca $\frac{5}{12}$ di fior. 3500 e d'ambi i cap.li, cioè di 4100 che fa fior. $1708\frac{1}{3}$, e al secondo $\frac{7}{12}$ di 4100 cioè fior $2391\frac{2}{3}$.

Seguono alcune questioni di società composta. Le questioni ordinarie di simil genere si risolvono, inferendo: siccome la somma de' prodotti del tempo, e denaro, o equivalente di ciascuno, alla quantità dividenda, così il prodotto del tempo e denaro di ciascuno al quarto termine: come ne' seguenti esempi.

Quesito XII

Tre fatta compagnia, guadagnarono insieme fiorini 2000. Il primo pose per capitale fiorini 400 per anni 6, il secondo fior. 240 per anni 2, il terzo fior. 200 per mesi 8: si cerca il guadagno di ciascuno.

Poichè il terzo ha sol mesi 8 di tempo, per evitare i rotti, sarà expediente ridurre tutti gli anni in mesi, indi si applichi la regola come si è detto. E dal questo problema dipenderanno tutte le questioni ordinarie di società composte.

Quesito XIII.

Tre fanno compagnia per 2 anni, in capo ai quali si trovano aver guadagnato 300 Zecchini. Il primo ne contribuì 20 di capitale il secondo 60, ma questo dopo 10 mesi ne levò 15; il terzo ne contribuì 100, e in capo a 8 mesi ne levò 30. Si cerca il guadagno di ciascheduno.

Si moltiplichi la quantità del capitale di ciascuno nel tempo che stette a traffico, e la somma de' prodotti sarà il parziale composto di ciascuno. Si aggiungano di nuovo questi composti, e si avrà il comune capitale composto. Quindi si faccia: siccome il comune composto alla quantità dividenda, così il composto di ciascuno al quarto termine, e si avrà il guadagno, o la perdita che si cerca.

Dalla soluzione di questo problema dipende il metodo pure da tenersi ogni volta, che qualunque degli Associati levasse, o aggiungesse, e altresì qualora levasse, e poi aggiungesse quanto gli piace.

Quesito XIV.

Tre fanno compagnia. Il primo mette D.ti 200, il secondo D.ti 310, il terzo D.ti 420. Ma secondo i loro patti il primo dee avere una porzione del guadagno in ragione del 20 per 100 del suo capitale, il secondo 12 per 100 del capitale, e il terzo 7 per 100. In fine si trovano aver guadagnato D.ti 8000. Si cerca il guadagno di ciascheduno.

Se tutti avessero posto il medesimo capitale, il problema sarebbe semplice, e si risolverebbe colla regola del quesito 8.vo Ma la diversità de' capitali fa che questo sia composto, che per risolverlo, ecco la regola

Si moltiplichi il capitale di ciascuno nel guadagno che gli si deve per 100, e il prodotto sarà come un capitale composto di ciascuno. Si aggiungano poi questi prodotti, e la somma si consideri come un comune capitale. Quindi s'inferisca: siccome il comune capitale composto al guadagno da dividersi, così il capitale composto di ciascuno al quarto termine, e si avranno i guadagni cercati.

Quesito XV.

Uno istituisce traffico di varie merci e impiega Duc.ti 1000. Un altro vorrebbe entrare nella compagnia con D.ti 1600, ma ad un tempo tale che in capo a 3 anni avessero a partire per metà il guadagno, o perdita che indi risulterà. Si cerca il tempo in cui dovrà mettere nella compagnia li detti D.ti 1600.

Quesito XVI.

Uno altro impiega D.ti 700 in negozio, e in capo a 13 mesi un altro suo amico gli propone di esborsare tanto denaro, se lo accetta per compagno, che in capo a 3 anni avranno a partire egualmente il guadagno, o la perdita. Si cerca quanto dovrebbe esborsare questo secondo compagno.

Molti altri diversi quesiti potrebbero proporsi intorno alle associazioni mercantili, le quali non potendosi risolvere senza i equazioni, le lasciamo per l'algebra.

Delle Compagnie Rusticali
Dette volgarmente Soccide

Per risolvere le questioni ordinarie di questo genere, si tiene questa regola. I prodotti, ossia li nascenti si dividono sempre per metà, perchè se il Padrone vi mette il capitale, il Pastore lo alimenta, vi mette le sue fatiche, ecc. Ma rapporto alla metà del capitale, il Pastore non può pretenderla, se non dopo il tempo stabilito, e solo deve avere la rata porzione secondo il tempo, in cui l'ha governato, e custodito. Ciò premesso sia

Quesito I.

Uno dà soccida Pecore 240 per anni 5. a partire per metà capitale e prodotti. Accade che in capo a 3 anni, convengono d'accordo di far la divisione, e si trovano avere in tutto Pecore 212. Si cerca la porzione di ciascuno

Quesito II.

Pietro dà in soccida ad un Pastore pecore 132 a partire per metà capitale, e nascenti. Il Pastore propone di aggiungerne 60 delle sue, con patto di partire ugualmente dopo anni 3. Ciò accordato avviene di dover fare la divisione nel termine di anni 1. mesi 10. Si cerca la porzione dovuta a ciascuno? Trovandosi con pecore 292

Questo è simile al precedente, nè punto differisce da quello, se non per esservi due capitali, che per determinare le parti si applicherà due volte la Reg. del Tre.

Quesito III.

Uno dà ~~in soccida~~ ad un Pastore Pecore 230 acciò le governasse, e con patto che in capo di 4 anni egli debba avere $\frac{3}{5}$ del total numero, che si troverà, ed il Pastore $\frac{2}{5}$. Dopo 30 mesi per certi accidenti non imputabili a colpa del Pastore si trovano avere sole Pecore 170. Volendo il Padrone sciogliere la compagnia, si cerca come debba farsi la divisione?

Questo è simile al quesito terzo del Figatelli vegasi la sua istitutione, ma determinate le pecore 92. ff li $\frac{2}{5}$ del Pastore, si può determinare in un sol colpo la parte del Pastore colla Reg. del Tre composta diretta, ciò che egli fa in due operazioni.

Quesito IV.

Tizio dà in soccida ad un Pastore Pecore 200 a partire per metà nel termine di 3 anni capitale, e nascenti, con patto che essendo breve il tempo della custodia, egli ne aggiunga 50 delle sue. Nel detto termine si trovano avere pecore 300; ma Tizio rileva che il Pastore non vi ha ~~aggiunte alcuna~~. Si cerca perciò, come si debba fare la divisione.

Inferiscasi: se pecore 200 moltiplicandosi sono divenute 300, che 250? Trovato il quarto termine, la metà spetta a Tizio, il resto al Pastore. Avvertendo che se le 360 non bastano, dovrà il Pastore compensar Tizio col denaro, o equivalente.

Quesito V.

Sempronio dà in soccida ad un Pastore pecore 160 a partire il tutto per metà; ma poichè il Pastore vuol dividere il tutto in capo a 3 anni, Sempronio gli propone che vi aggiunga 30 delle sue. Il che accordato dal Pastore, dopo anni 2 mesi 3 si trovano con pecore 220, e rileva che il pastore non v'ha aggiunte che 10. Volendosi far la divisione, si cerca quante ne avrà ciascuno?

Vedasi prima, come nel precedente quante pecore si avrebbero, se il Pastore avesse aggiunto tutte le 30 pecore, inferendo: se pecore 170 sono divenute 220, che pecore 190? E dal risultato si sottraggano i capitali 160, e ~~…~~ 30, cioè 190, del resto che esprime la quantità de nascenti la metà si spetti a Sempronio.

I capitali poi 160, e 30 si dividano in ragione di tempo, come nel quesito II. Tutto ciò che spetta a Sempronio si cavi da 220; che se non basta, dovrà esser compensato, come sopra.

Quesito VI.

Uno dà in soccida pecore 116 per anni 6 a partire per metà capitale, e nascenti. In capo a 2 anni gli dà altre pecore 60 parimenti per 6 anni, e alla medesima condizione. Volendo poi ridurre queste due soccide ad un sol termine; a qual tempo si dovrà fare la divisione?

Questo è simile al quesito 1.mo del Pigatelli. Esso lo risolve in due modi; ma il secondo è più elegante, e spedito

Quesito VII.

Un altro diede in soccida pecore 140 per anni 4 mesi 9 à partire il tutto egualmente. Dopo anni 2 mesi 6 ne diede altre 80 per anni 6 col medesimo patto. Volendo ridurre le soccide ad un solo termine, a qual tempo si dovrà fare la divisione

Questo è simile al preced.te però si risolve con la medesima regola. Egli è pur simile al quesito V delle compagnie nuziali del Pigatelli, avvertendo che la di lui conclusione è falsa, ma l'errore è di calcolo non di regola.

Se più siano le soccide a diversi tempi stabilite; prima si trovi il termine medio tra la 1ma, e la 2da nello stesso modo; indi di nuovo fra il termine trovato e il termine della terza soccida si trovi il termine medio e così procedendo, si avrà il tempo da partirsi comunemente tutte le soccide.

Esempio. Uno dà in soccida pecore 200 per anni 3; dopo il primo anno ne dà altre 100 per anni 5, e dopo li 3 anni di questa seconda soccida ne dà altre 80 per anni 7. sempre col patto di partire il tutto per metà. Volendo ridurre queste tre soccide ad un solo termine, si cerca a qual tempo si dovrà fare la divisione. Avvertendo che l'epoca sarà nel termine di anni 4 ...

Ma si appigli al 2do modo indicato dal Pigatelli.

Annotazione

Le società rusticali, ossia rurali si dividono in due specie, cioè in società di bestiame, volgarmente chiamate Soccide, di cui abbiamo già trattato, e in società di pascolo. Ma poichè la risoluzione di queste dipende dalle regole delle società civili, già spiegate, basta recare qui due esempj; uno in ragione semplice, l'altro in ragione composta.

Esempio I. Tre pigliano in affitto un pascolo per giorni 240. Il primo lo gode con 60 Armente, il secondo con 43, il terzo con 25. Quanto dovrà pagare ciascuno?

Esempio II. Tre Pastori hanno preso in affitto un pascolo per giorni 200. Il primo l'ha goduto con pecore 110 per giorni 32; il secondo con pecore 130 per giorni 22; il terzo con pecore 60 per giorni 18. Hanno riportato un utile di fiorini 300; si cerca quanto toccherà di netto a ciascuno, dopo aver pagato il detto affitto.

Dei Baratti

Baratto non è altro che un cambio di merci, cioè dare una merce e riceverne un'altra di qualunque specie in cambio. Sogliono i Mercanti far pagare a maggior prezzo la merce a baratto, che a denari contanti, senza però dichiarare di voler più a baratto, che a pronti contanti. La regola dunque, che qui si assegnano, consisteranno nel proporzionare nell'una, e nell'altra merce il prezzo del baratto col prezzo della vendita a contanti, come si farà vedere ne' seguenti esempj.

Quesito I.

Si vuol barattare lana con lino; il lino a contanti vale lire 5 sol. 15, ed a baratto si mette lire 7 la libra; la lana vale a contanti lire 4 sol. 8. Si cerca quanto si dovrà porla la libra a baratto uguale. E per 100 libre di lino quanta lana si dovrà dare?

Quesito II.

Due barattano Zuccaro, e Caffè. La libra del Zuccaro a contanti vale lire 2 sol. 5. ed a baratto lo fece pagare ₤ 2 ₤ 10. Il cento del Caffè a contanti vale ₤ 300: ed a baratto si valutò ₤ 350. Si cerca chi meglio baratti, e quale sia il guadagno, e la perdita per ogni ₤ 100 impiegate in tale baratto, essendo ineguale.

Quesito III.

Uno ha della lana, che a contanti vale ₤ 6 la libra, ma a baratto ne vuole 7. Un'altro ha della canepa, che a contanti vale ₤ $4\frac{2}{5}$ la libra. Questi vorebbero far baratto, e volendo il secondo guadagnare ₤ 12 per ogni ₤ 100, che impiega in tal contratto; si cerca quanto dovrà valutare per libra la sua canepa.

Quesito IV.

Due fanno baratto. Il primo ha libre 1000 di canepa che a contanti vale ₤ 25 il cento ed a baratto ne pretende 30, e inoltre la terza parte in

estimazione a maggiore

contanti. L'altro si trova avere del drappo, che a contanti vale £ 10. il braccio. Si cerca quanto dee darsi pagare il drappo a baratto, e per le proposte lire 1000 di canepa, quanto drappo, e contanti avrà il primo?

Quesito V.

Altri due vogliono far baratto. Il primo ha 50 Pesi di bombace, che a contanti vale 6. Duc.ti il Peso, ed a baratto Duc.ti $4\frac{2}{3}$, e vuole 80 Ducati in contanti. Il secondo si trova avere dell'Indico, che a contanti vale 4 Duc.ti la Libra. Si cerca quanto si dovrà valutare l'Indico, acciò il cambio sia uguale, e quanto Indico, e Ducati si avranno per li proposti Pesi 50. di Bombace?

Quesito VI.

Due barattano Lomi Lorgni, e Noci. Il cento de' Lorgni a contanti vale lire 20, ed a baratto 26. Uno Stajo di Noci a contanti vale lire 30, ed a baratto si valutò a discrezione in ragione di lire 34 lo Stajo, con patto di rifarsi in contanti nel caso di disparità. Si cerca dunque chi meglio baratò, e di quanto dovrà compensarsi il compagno, essendo il baratto ineguale.

Quesito VII.

A respiro di tempo sulle merci.

Si baratta panno con veluto: il primo dà il panno immediatamente, il quale a contanti vale £ 20 il B.° e lo mette £ 23, l'altro non può dare il veluto, che dopo 8 mesi, il quale a contanti vale £ 30 il B.° Si cerca quanto dovrà valutarlo a baratto?

Trovato il prezzo del veluto a baratto, si conoscerà quanto guadagni ciascuno g 100. Dovendo però il primo aspettare il veluto g 8 mesi, non riporterà più il trovato guadagno g 100 all'anno, ma in mesi 20, che però in un anno diverrà minore del già trovato, che bisogna determinarlo, facendo mesi 20 : il trovato :: mesi 12 al 4.to 3ne, e tanto dovrà guadagnare ancor l'altro g 100 all'anno, e aggiungerlo a 30 prezzo a contanti, si avrà il cercato.

Quesito VIII.

A respiro di tempo sui prezzi.

Si baratta formento con vino. Il formento che a contanti vale £ 20 lo Stajo si valuta £ 24 a respiro di mesi 9. Il vino che a contanti vale £ 16 il Congio, quanto si dovrà valutare a baratto con respiro di mesi 11?

Simili quesiti si risolvono con proporzioni composte. Per esempio si dirà: se £ 20 in mesi 9 mi guadagnano £ 4, che £ 16 del vino a respiro di mesi 11? E il termine cercato aggiunto a £ 16 darà il prezzo del vino.

V. S. potrà aggiungere a questi gli altri due quesiti a respiro, che abbiamo ultimamente proposto. Se s'incontra in qualche difficoltà, gratia di indicarmela. In altro incontro le avanzerò i due capitoli rimanenti, con li problemi di Diofanto.

Riveritissimo Signore

Ecco i Problemi di sopra istante generalmente espressi, e proposti anco per qualche determinazione. Di questi ne avevamo in carte vista; ma per vederli tutti qui di nuovo e per ordine li descrivo.

Problema I.

Ritrovare due numeri, la somma, e differenza de' quali sia uguale ad un altro dato numero.

Egli è lo stesso che dire: Trovami due quantità, di cui ne sia data la somma, e la differenza.

Se la somma sia $30\frac{1}{2}$, la differenza $7\frac{3}{10}$: la quantità minore che si sa ricercare $= x$, la maggiore $= y$, sarà col nostro metodo

Per la prima condizione $x + y = 30\frac{1}{2}$

E per la seconda $y - x = 7\frac{3}{10}$

le quali risolte al solito, si ha il valore dell'una, e dell'altra incognita.

Secondo Metodo

Chiamisi x la minore delle quantità cercate, sarà per una delle condizioni $x + 7\frac{3}{10}$ la quantità maggiore, e per l'altra condizione

$$x + x + 7\frac{3}{10} = 30\frac{1}{2}$$

la qual equazione risolta ci dà prima il numero minore $= x$, indi da questo si trova il maggiore.

Ciò fatto, si risolveranno poi anco universalmente, sostituendo delle lettere note in vece de' numeri, il che si farà pure ne' problemi seguenti.

Problema II.

Dividere un numero in due parti, sicchè la maggiore sia eguale alla minore presa un certo numero di volte; ovvero, che è lo stesso (soggiunge il P. Lami) sicchè la maggiore sia in data ragione colla minore.

Quando l'espressione di Diofanto si può prendere in questi termini: Dividere un numero in due parti, sicchè la maggiore sia multiplica della minore.

Se il numero da dividersi sia 60, e la parte maggiore sia moltiplice, per esempio, tripla della minore, chiamata x la minore, sarà la maggiore $3x$ per la prima condizione, e per l'altra condizione

$$x + 3x = 60$$

la quale risolta dà il valore di x, cioè della parte minore, e quindi si determina la maggiore.

In questo essendo moltiplici l'una dell'altra le quantità cercate, andiamo d'accordo con Diofanto, e ponendo le dette quantità con una sola lettera incognita e quindi con una sola equazione, laddove il mentovato P. Lami ne fa due, e converrebbe se non fossero moltiplici, per esempio in ragione di 4 a 5; perciò non è lo stesso come aggiunge il prelodato P. sicchè la maggiore sia in certa ragione della minore.

Problema III.

Ritrovare due numeri uguali ad un dato numero, e tali sicchè il maggiore sia eguale al minore preso un certo numero di volte, ed accresciuto di una data quantità.

Si può esporre in questi termini: Dividere una quantità in due parti tali, sicchè la maggiore sia multiplice della minore più una quantità data.

In questo pure il P. Lami mette due incognite, e due equazioni quando noi essendo moltiplici l'una dell'altra le quantità cercate d'accordo con Diofanto, e più recenti Autori, ne facciamo una sola.

Perciò se la quantità da dividersi sia 100 e la parte maggiore tripla della minore più 7, chiamando x la minore, sarà per la prima condizione $3x + 7$ la maggiore. Dunque per la 2da condizione

$$x + 3x + 7 = 100$$

la qual equazione risolta dà la parte minore, indi si trova la maggiore.

Se in vece di accrescere la parte maggiore di una data quantità, si proponesse di menomarla, si risolverebbe con lo stesso metodo.

Problema IV.

Dividere un numero dato in due parti, tali che un'aliquota qualunque d'una di esse parti, più un'aliquota dissimile dell'altra parte, sieno eguali ad un numero dato.

Il numero da dividersi sia = 100 l'aliquota della prima parte cercata $= \frac{1}{5}$, l'aliquota dissimile dell'altra parte $\frac{x}{3}$, e la quantità a cui devono uguagliarsi esse aliquote prese insieme = 30. Se dunque la prima parte di 100 si dica x, l'altra y, è chiaro che avremo

Per la prima condizione $x + y = 100$

E per la seconda $\frac{x}{5} + \frac{y}{3} = 30$

le quali equazioni risolte, ci danno i valori cercati nelle condizioni proposte.

Universalmente. Se pongasi $100 = a$; $30 = b$, $\frac{1}{5} = \frac{1}{m}$; $\frac{1}{3} = \frac{1}{n}$ sarà

per la prima cond. $x + y = a$

E per la 2da $\frac{x}{m} + \frac{y}{n} = b$

Col

Col metodo di Diofanto.

Si chiami x l'aliquota m della prima parte sarà dunque questa prima parte $= mx$. L'aliquota n della seconda parte per l'ipotesi sarà $b - x$; e però tutta la seconda parte $bn - nx$. Avremo dunque l'equazione ottenuta $mx + bn - nx = a$; ovvero separando $mx - nx = a - bn$, e dividendo pel coeffic. $m - n$ risulta $x = \frac{a - bn}{m - n}$: si moltiplichi quest'ultima equazione per m perchè allora la prima parte $mx = \frac{am - bmn}{m - n}$.

E poichè la 2.a parte è $= bn - nx$, sostituendo il trovato valore di x, sarà $bn - nx = bn - \frac{an - bnn}{m - n} = \frac{bmn - bnn - an + bnn}{m - n} = \frac{bmn - an}{m - n}$, come trovasi col nostro metodo. Qui sono trovate ambe le parti ma altri determinarne una.

~~Problema VI.~~

Questa riduzione di Diofanto, così espressa dal P. Lami, io l'ho descritta come sta e giace, ma essa è più stretta, e men chiara della nostra.

Inoltre non veggo la ragione per cui Diofanto, ossia il P. Lami, dia $x = m$ quantità nota quando dovrebbe farsi $x = \frac{1}{m}$; perchè allora moltiplicando il denominatore m per x si ha sicuramente mx per la prima parte. Così poi da b, somma delle aliquote togliendo la parte x, resta $b - x$ per l'espressione dell'altra aliquota, indi moltiplicando pel denomin.re n della seconda cioè $\frac{1}{n}$ si ha [illegible] l'altra parte $bn - nx$

Questo solo errore potrebbe esser sufficiente per provar l'imperfezione dell'Algebra di Diofanto, a cui la nostra ossia il metodo Cartesiano, è sempre nel comune consenso preferibile.

Problema V.

Dividere un numero dato in due parti, di modo che una certa aliquota della prima parte sia uguale ad un'altra dissimile aliquota della seconda parte accresciuta di un dato numero.

Sia 100 il numero da dividersi x la prima parte, y la 2.da; $\frac{1}{4}$ l'aliquota della prima parte; $\frac{1}{6}$ l'aliquota della 2.a la quale debba aumentarsi della quantità 20. Ed è chiaro che avremo col nostro metodo

per la prima condiz.ne $x + y = 100$

Per la 2.a $\frac{x}{4} = \frac{y}{6} + 20$

E convertendo posto $100 = a$; $\frac{1}{4} = \frac{1}{m}$; $\frac{1}{6} = \frac{1}{n}$: e $20 = b$ sarà

per la prima cond. $x + y = a$

E per la 2.a $\frac{x}{m} = \frac{y}{n} + b$

le quali risolte al solito daranno le parti cercate nelle condizioni proposte.

Col metodo di Diofanto

L'aliquota n della 2.a parte di a si dica x; dunque la 2.a parte di a sarà nx. L'aliquota m della prima parte è per l'ipotesi $= x + b$; dunque in

la prima parte sarà $mx + bm$. Laonde congiungendo le parti si ha l'equazione $mx + bm + nx = a$, ovvero separando $mx + nx = a - bm$; e dividendo per $m+n$ somma de' coeffic. diviene $x = \frac{a - bm}{m+n}$. Le parti dunque di a saranno, prima parte $mx + bm = \frac{am - bmm}{m+n} + bm = \frac{am - bmm + bmm + bmn}{m+n} = \frac{am + bmn}{m+n}$, come si trova coll'altro metodo; e così dell'altra parte.

In questa risoluz.e si ravvisa il medesimo errore, che nella preced.te cioè nella comparazione di x col decimo $\frac{1}{6}$ con la quantità n che equivale a 6, e dea farsi $x = \frac{1}{n}$, come si è detto sopra, cioè moltiplicare x nel denom.re n, ec.

Problema VI.

Ritrovare una grandezza, che accresciuta di un numero dato, e diminuita di un altro dato numero la somma sia alla differenza in ragione data.

Sia x la grandezza che si cerca, il numero con cui si dee accrescere $= 20$. il num.o per cui deesi diminuirla $= 100$. la ragione data, come 3 al 1; si averà dunque la proporzione

$$x + 20 : x - 100 :: 3 : 1$$

E universalm.te de' congeti $20 = a$; $100 = b$, e $3 : 1$ uguale alla ragione $m : n$, sarà $x + a : x - b :: m : n$ B

E più speditamente $x + a : x - b :: m : 1$

la qual proporzione ridotta prima in equazione indi risolta, si ha la grandezza ossia quantità che si cerca. E in questa noi conveniamo col metodo del medesimo Diofanto.

Annotazione

La risoluzione generale di questo problema può applicarsi a qualunque altro simile, benchè le condizioni non sieno del tutto identiche. Per esempio. la grandezza ignota $x - 20$ è tripla di $x - 100$. si cerca il valore di x

Trovato il valore di x nella sopradescritta propor.ne B, si determinerà qui il valore di x, facendo $20 = a$; $100 = b$; $m = 3$; $n = 1$; allora per la formula generale sarà $x = \frac{-20 \times 1 + 3 \times 100}{3 - 1} = \frac{280}{2} = 140$

cioè sarà $140 - 20 : 140 - 100 :: 3 : 1$.

E questo è il sentim.to del mio sig.r di Tribuzio.

Problema VII.

A due numeri dati aggiungere un certo numero, sicchè le somme quindi risultanti sieno in una data ragione.

Sieno i dati numeri 100, e 20, la ragione data, come 3 al 1. Se dunque il cercato numero d'aggiungersi si dica x, averemo la proporzione

$$100+x : 20+x :: 3 : 1$$

E universalm.te dato $100=a$; $20=b$; $3:1=m:1$, col n.o cercato x

Sarà $$a+x : b+x :: m : 1$$

La quale proportione ridotta in equaz.ne indi risolta, si averà il numero da aggiungere.

Se in vece di aggiungere si dovesse sottrarre si averebbe la medesima analogia, cambiato il segno $+x$ in $-x$, avvertendo che se l'uno, o l'altro termine della ragione data non si esprimesse per l'unità, allora necessariam.te converebbe esprimerla per $m:n$.

La risoluzione di questo problema secondo il metodo di Diofanto è la medesima.

Problema VIII.

Ritrovare un numero, che sottratto dal maggiore di due numeri dati, e aggiunto al minore, la differenza sia alla somma in ragione data.

Sia 100 il numero maggiore, il minore 20, la ragione come $1:4$. Se il numero cercato si dica x, averemo la seguente analogia

$$100-x : 20+x :: 1:4$$

E univer.le dato $100=a$; $20=b$, la ragione $1:4=1:m$

sarà $$a-x : b+x :: 1 : m$$

Trovato il valore di x, sarà risolta la questione, nè differisce il metodo da quello di Diofanto.

Problema IX.

Ritrovare un numero, da cui si possa sottrarre un numero dato, e che possa esser sottratto da un altro numero dato, sicchè il primo residuo sia al secondo in ragione data.

Numero cercato $=x$, num.o che dee sottrarsi da x sia $=24$; il numero da cui dev'essere sottratto lo stesso x sia $=42$, e il residuo primo sia al secondo in ragione di 1 a 2. Si averà dunque per la condizione del problema la seguente analogia

$$x-24 : 42-x :: 1 : 2$$

E univer.salm.te dato $24=a$, $42=b$ e la rag.e $1:2=$ alla rag.e $1:m$.

Sarà $$x-a : b-x :: 1 : m$$

Trovato il valore di x sarà risolta la questione, nè altrimenti la esprime Diofanto.

Problema X.

Dividere due volte un numero dato in due parti, sicchè una parte della prima divisione sia ad una parte della seconda in ragione data;

e l'altra parte della seconda divisione alla seconda parte della prima sia pure in ragione data.

Sia $= 100$ il numero da dividersi; la parte maggiore della 1ma divisione $= z$ dunque la minore $100 - z$; parte minore della 2da divisione $= x$ dunque la maggiore $100 - x$. Se poi la parte maggiore della 1ma divisione sia alla minore della seconda, in ragione di 2 ad 1; e la maggiore della 2da alla minore della 1ma, come 3 ad 1, è chiaro che avremo le due seguenti proporzioni.

Per la 1ma condizione $z : 100 - x :: 2 : 1$

Per la 2da $x : 100 - z :: 3 : 1$

E universalmente posto $2 = m$, $3 = n$, $100 = a$

Per la 1ma condizione $z : a - x :: m : 1$

Per la 2da $x : a - z :: n : 1$

Trovato il valore di z parte maggiore della 1ma divisione si avrà la parte minore sottraendo il detto valore da 100 e così per determinare l'altra parte della 2da divisione.

*La medesima risoluzione si otterrebbe, segnando le parti di ciascuna divisione per due incognite diverse, ma riuscirebbe più lunga l'operazione. Ad ogni modo non sempre è in arbitrio nostro di servirsi della medesima incognita per dinotare le parti di una quantità. Per esempio Si vuol dividere 60 in due parti, sicchè la prima sia alla seconda, come 4 a 5. In questo caso conviene servirsi di due incognite diverse, come x, y, e sarà la 1ma equazione $x + y = 60$, l'altra espressione $x : y :: 4 : 5$. All'incontro chiamando x la 1ma parte, la 2da $60 - x$, si avrebbe per la 1ma condizione $x + 60 - x = 60$; e per l'altra $x : 60 - x :: 4 : 5$, che non regge. *

Risoluzione del medesimo Problema X.

Col metodo di Diofanto.

Sia x la parte minore della 2da divisione; dunque la parte maggiore della 1ma divisione sarà mx, poichè suppone il problema $mx : x :: m : 1$. Nomineremo le parti della divisione parte maggiore e parte minore per distinguerle soltanto l'una dall'altra. La parte minore della prima divisione è $a - mx$, per conseguenza la parte maggiore della seconda divisione sarà $an - mnx$, perchè si è supposto $an - mnx : a - mx :: n : 1$. Ora si aggiungano le parti della 2da divisione e se l'eguaglino al numero dato, e si avrà la risoluzione del problema con questa sola equazione $an - mnx + x = a$, e separando $an - a = mnx - x$, e dividendo per $mn - 1$ coefficiente dell'incognita, si trova $x = \frac{an - a}{mn - 1}$, il che si determina pure col nostro metodo.

Problema XI.

Dividere tre volte un dato numero in due parti, talchè una parte della prima divisione sia ad una parte della seconda in ragione data; il residuo della seconda divisione ad una parte della terza

sia

sia pure in data ragione; e il residuo della terza divisione al residuo della prima sia in data ragione ancora.

Per residuo, s'intenda una delle parti che rimane dopo aver nominate l'altra. Ciò avvertito

Sia 100 il numero da dividersi; la parte maggiore della 1ma divisione $= z$: dunque la parte minore $= 100 - z$. Parte minore della 2da divisione $= y$; dunque la parte residua $= 100 - y$. Parte magg.e della 3za divisione $= x$; perciò la parte residua $= 100 - x$.

Se dunque la parte maggiore della 1ma divisione sia alla minore della seconda, come 3 ad 1: e la maggiore della seconda divisione alla minore della 3za, come 2 ad 1; e la magg.re della 3za divisione alla minore della 1ma, come 4 ad 1; è chiaro, che avremo le tre seguenti analogie.

Per la 1ma condit.e $z : y :: 3 : 1$
Per la 2da $100 - y : 100 - x :: 2 : 1$
Per la 3za $x : 100 - z :: 4 : 1$

E univers.al.te fatto $100 = a$, $3 = m$, $2 = n$, $4 = h$, sarà

$$z : y :: m : 1$$
$$a - y : a - x :: n : 1$$
$$x : 100 - z :: h : 1$$

Determinati i valori delle tre lettere z, y, x, si avranno pure le quantità delle tre parti rimanenti, le quali con le tre prime corrispondenti dovranno essere nelle ragioni proposte.

Col metodo di Diofanto.

Sia x la parte minore della 3za divisione, e sia alla maggiore della 2da come $1 : n$, cioè $1 : n :: x : nx$, e questo quarto termine proporzionale nx sarà il valore della parte maggiore di detta 2da divisione; dunque la parte minore della medesima divisione sarà $a - nx$, poichè ambe insieme sono eguali ad a.

Sia poi $a - nx$ alla parte maggiore della 1ma divisione, come 1 ad m; sarà dunque questa parte maggiore $am - mnx$, poichè $1 : m :: a - nx : am - mnx$; e la parte minore di detta 1ma divisione sarà $a - am + mnx$.

Sia finalmente $a - am + mnx$ alla parte maggiore della terza divisione come $1 : h$; la parte maggiore della terza divisione sarà dunque (poichè $1 : h :: a - am + mnx : ah - ahm + hmnx$) $ah - ahm + hmnx$. Ma $ah - ahm + hmnx + x = a$, ovvero separando, $hmnx + x = ahm - ah + a$, e dividendo per $hmn + 1$, si avrà $x = \frac{ahm - ah + a}{hmn + 1}$, con questa differenza che x nella nostra soluzione esprime la parte maggiore della terza divisione, e qui la minore.

Problema XII.

Dividere un numero dato in tre parti, talchè la prima con la 2da siano alla terza in ragione data, e parimenti la 2da con la 3za siano in data ragione con la prima.

Se il numero da dividersi sia 100, la parte 1ma x, la 2da y, la terza z, e la 1ma con la 2da siano alla terza in ragione di 3 ad 1, la 2da con la terza siano alla 1ma in ragione di 4 : 1, è chiaro che avremo

Per la 1ma condiz.e $x + y + z = 100$
Per la 2da . . . . . . $x + y : z :: 3 : 1$
Per la 3za . . . . . . $y + z : x :: 4 : 1$

E universal.te posto $100 = a$, la ragione $3 : 1 = m : 1$, e $4 : 1 = n : 1$ sarà

I. $x + y + z = a$
II. $x + y : z :: m : 1$
III. $y + z : x :: n : 1$

Riducendo al solito, si troveranno le parti cercate.

Col metodo di Diofanto.

Sia la terza parte della divisione di $a = x$, la quale alla somma delle due parti rimanenti sia in ragione di 1 ad m; dunque la somma delle due prime parti sarà mx, poichè $1 : m :: x : mx$. Ma la somma delle parti uguaglia il tutto. Dunque $mx + x = a$, e però $x = \frac{a}{m+1}$.

Con simile operaz.e si troverà la 1ma parte di questa divisione, chiamandola x, e poichè alla somma delle due parti rimanenti ella è come 1 ad n, sarà dunque nx la somma delle due altre parti 2da e 3za imperocchè $1 : n :: x : nx$; ma di nuovo $nx + x = a$. Dunque $x = \frac{a}{n+1}$, e però la somma della 2da e 3za sarà $\frac{an}{n+1}$. La terza si è già ritrovata essere $\frac{a}{m+1}$. Dunque la 2da parte sarà $\frac{an}{n+1} - \frac{a}{m+1}$. Il che etc.

Problema XIII.

Ritrovare due numeri, che siano fra loro in data ragione, e in data differenza.

Siano x, y, e il secondo quintuplo del primo, e la loro differenza $= 20$. Sarà dunque

Per la 1ma condiz.e $x : y :: 1 : 5$ ⎫ E universal.te $x : y :: 1 : m$
E per la 2da $y - x = 20$ ⎭ $y - x = a$

Riducendo al solito si avranno i valori cercati. L'espressione di Diofanto differisce nella 2da condiz.e Ecco

Per la 1ma condiz.e $x : y :: 1 : m$
cioè moltipl.do gli estremi, e medj $y = mx$

Per la 2da condiz.e $mx - x = a$

Dunque $x = \frac{a}{m-1}$. Il che etc.

Problema XIV.

Ritrovare due numeri tali, sicchè aggiungendo una parte dell'uno all'altro, la somma sia alla differenza in ragione data.

Sieno i numeri cercati x, y, la parte del 2do d'aggiungersi al primo $= 30$, la parte del 1mo d'aggiungersi al secondo $= 50$.

Togliendo 30 dal 2do, e aggiungendolo al primo, i numeri cercati sono in ragione doppia; togliendo 50 dal primo e aggiungendolo al 2do sono in ragione tripla. Sarà dunque

Per la 1ma condiz. $x + 30 : y - 30 :: 2 : 1$

E per la 2da $y + 50 : x - 50 :: 3 : 1$

E universalmente fatto $30 = a$, $50 = b$, $2 = m$, $3 = n$, sarà

$$x + a : y - a :: m : 1$$
$$y + b : x - b :: n : 1$$

Ridotte al solito si avranno i valori cercati.

Col metodo di Diofanto.

Sia $x + a$ il 2do n° che si cerca, il quale diminuito di a sia al primo dello stesso a accresciuto, in ragione di 1 ad m; dunque mx sarà il primo numero che si cerca accresciuto di a, e però $mx - a$ sarà il 1mo numero. Sia il 2do num° accresciuto di b, cioè $x + a + b$, al primo menomato di b, cioè $mx - a - b$ in ragione di n ad 1, sarà per la 2da condiz.e $x + a + b : mx - a - b :: n : 1$. Si moltiplichino i medj, e gli estremi e si avrà l'equazione $x + a + b = mnx - an - bn$, e separando $mnx - x = an + bn + a + b$, e dividendo per $mn - 1$, risulta $x = \frac{an + bn + a + b}{mn - 1}$. Ma il secondo numero si è supposto $x + a$; dunque il 2do n° sarà $\frac{an + bn + a + b}{mn - 1} + a = \frac{amn + an + bn + b}{mn - 1}$. Il che ec.

Problema XV.

Ritrovare tre numeri, che presi due a due sieno uguali a certi numeri dati.

Si supponga che il 1mo col 2do faccia 20, il 1mo col 3zo faccia 30, il secondo col terzo 40. Se dunque i numeri cercati si chiamino x, y, z, sarà

Per la 1ma condiz.e	$x + y = 20$	E universalmente fatto $20 = a$, $30 = b$, $40 = c$, sarà
Per la 2da	$x + z = 30$	$x + y = a$ $x + z = b$
Per la 3za	$y + z = 40$	$y + z = c$

Ne abbiamo risolti di simili, e il metodo di Diofanto è simile a quello da noi usato nella soluz.e di altro problema a quattro incognite, in cui per brevità la somma di tutti si chiama S

Problema XVI.

Ritrovare quattro numeri, i quali presi tre a tre facciano delle somme uguali a certi numeri dati.

Si suppone che il primo con altri due seguenti faccia a, il 2do con due seguenti b, il terzo con due seguenti c, il quarto con altri

due

io
sue seguenti d. Se dunque i numeri cercati si chiamino x, y, z, u, e la somma di tutti S sarà

$$x + y + z + u = S,$$ ch'è appunto il simile al esercitato, da noi altre volte risolto, e il metodo si è preso da Diofanto medesimo, per esser in simili problemi così spedito.

Problema XVII

Ritrovare tre numeri, i quali presi due a due siano uguali al terzo accresciuto di un dato numero.

Numeri cercati x, y, z; e sia il 1mo col 2do uguale al 3zo più 20, il 2do col 3zo uguale al 1mo più 30, il 1mo col 3zo uguale al 2do più 40. Ciò supposto, avremo

Per la 1ma condne.	$x + y = z + 20$	E universalte. fatto $20 = a$, $30 = b$, $40 = c$, sarà	
Per la 2da.	$y + z = x + 30$		$x + y = z + a$
Per la 3za	$x + z = y + 40$		$y + z = x + b$
			$x + z = y + c$

le quali equazioni risolte al solito, daranno i numeri cercati; avvertendo, che se sostituito il valore di una incognita nelle altre due equazioni, restano queste con una sola incognita, elidendosi le altre, non sarà bisogno d'una nova sostituzione, ma si risolverà ciascuna per se stessa.

Col metodo di Diofanto.

La risoluzione di Diofanto è oscura, chiamando le quantità cercate col nome di 1mo, 2do, 3o, onde avviene che non è nè men Algebraica. Chiamando le dette quantità con le incognite soprascritte, io l'ho ridotta in questo modo

Sia $2S$ la somma dei tre numeri cercati. Per la 1ma condizione il 1mo col 2do sono eguali al terzo più a

Cioè $x + y = z + a$. Dunque aggiungendo il terzo z da una parte e dall'altra sarà $x + y + z = 2z + a$; ovvero $2S = 2z + a$. Trasponendo a, e dividendo pel coeffic. di z si ha $z = \frac{2S - a}{2} = S - \frac{a}{2}$.

Con simile raziocinio, essendo il 2do col 3o eguali al 1mo più b, cioè $y + z = x + b$, aggiunto da una parte e dall'altra x, sarà la somma di tutti $2S = 2x + b$. Trasportando b, e divid.o pel coeff. di x, si ha $x = S - \frac{b}{2}$

Nello stesso modo, essendo $x + z = y + c$, aggiunto di quà, e di là y, sarà $2S = 2y + c$. Trasportando, e dividendo pel coeff. di y, diverrà $y = S - \frac{c}{2}$

Dunque $x + y + z = 3S - \frac{a - b - c}{2}$, e pel supposto $3S - \frac{a - b - c}{2} = 2S$. Laonde separando $3S - 2S = \frac{a + b + c}{2}$; ed $S = \frac{a + b + c}{2} = 45$.

Ma per la dimostre. $x = S - \frac{b}{2}$; dunque $x = \frac{a + c}{2} = 30$; $y = \frac{a + b}{2} = 25$; $z = \frac{b + c}{2} = 35$; e si verificano le condizioni.

Problema XVIII.

Ritrovare quattro numeri, che uniti a tre a tre eccedano il quarto di un numero dato, cioè siano uguali al quarto più un dato numero.

Risolvendolo col metodo solito, o col metodo di Diofanto, ch'è simile al precedente, si avranno i valori cercati. Il P. Lamì lo risolve col terzo metodo da noi spiegato detto di sottrazione. Chiamati u, x, y, z i numeri cercati, si avranno a risolvere le seguenti equazioni.

Sia per la 1ma cond.e $u+x+y=z+22$
Per la 2da $u+x+z=y+33$
Per la 3a $u+y+z=x+49$
Per la 4ta $x+y+z=u+53$

Problema XIX.

Ritrovare tre numeri, de' quali sieno dati li prodotti presi due a due.

Si supponga che il prodotto del primo nel 2do sia $=16$, del primo col terzo $=36$, del 2do nel 3zo 144. se dunque i numeri cercati si chiamino x, y, z. sarà

Per la 1ma condizione $xy=16$
Per la 2da $xz=36$
Per la 3za $yz=144$

E universalmente perchè i numeri dati sono quadrati, se si ponga $16=a^2$, $36=b^2$, e $144=c^2$. sarà $xy=a^2$, $xz=b^2$, $yz=c^2$.

Il P. Lamì lo risolve in tre modi, de' quali il terzo dice che molto si approssima a quello di Diofanto, ed è il seguente.

Sia x il 1mo numero, e poichè per la condiz.e del probl. il 1mo moltiplicato nel 2do è uguale ad a^2, dunque $\frac{a^2}{x}$ sarà il secondo. Per la stessa ragione $\frac{b^2}{x}$ sarà il terzo. Ma il 2do moltip.o nel 3zo è uguale a c^2. Dunque $\frac{a^2}{x}\times\frac{b^2}{x}=\frac{a^2b^2}{x^2}=c^2$, ovvero $a^2b^2=c^2x^2$, ed $x^2=\frac{a^2b^2}{c^2}$, per conseg.za $x=\frac{ab}{c}$, come si troverà col nostro metodo.

Problema XX.

Ritrovare tre numeri, de' quali il primo sia uguale al 2do aumentato di una data parte del terzo; il 2do uguale al terzo accresciuto di una simile parte del primo, e il terzo sia eguale ad una simile parte del 2do più un dato numero.

La parte da togliersi dall'uno, e aggiungersi vicendevol.te all'altro sia $\frac{1}{3}$. Il numero, che con la parte terza del 2do dee uguagliarsi al terzo sia $=10$. Se dunque il 1mo num.o che si cerca si indica x, il 2do y e il 3zo z avremo

Per la 1ma cond.e $x=y+\frac{z}{3}$, per la 2da $y=z+\frac{x}{3}$ e per la 3za $z=\frac{y}{3}+10$.

E universal.te fatto $\frac{1}{3}=\frac{1}{n}$, e $10=a$, sarà per la 1ma condiz.e $x=y+\frac{z}{n}$; per la 2da $y=z+\frac{x}{n}$, e per la 3za $z=\frac{y}{n}+a$, le quali equazioni risolte al solito daranno i valori cercati.

Col metodo di Diofanto.

Sia nz il n.o medio (cioè il 2do), e poichè per l'ipotesi, il minore è uguale al medio diviso per n più a, sarà questo num.o minore $z+a$. Ora per la 2da condiz.e

la differenza del medio dal minimo, cioè $z+a$, è uguale al massimo diviso per n. Questa differenza è $nz-z-a$ dunque $n^2z-nz-an$ sarà il massimo per a. Ma però la differenza del massimo dal medio è uguale al minimo diviso per n, dunque $n^2z-nz-an-nz$, cioè $n^2z-2nz-an=\frac{z+a}{n}$: sicchè $n^3z-2n^2z-an^2=z+a$, ed $n^3z-2n^2z-z=an^2+a$, per conseguenza $z=\frac{an^2+a}{n^3-2n^2-1}$.

Ma il minore è $z+a$; dunque il minore $z+a=\frac{an^2+a}{n^3-2n^2-1}+a=\frac{an^3-an^2}{n^3-2n^2-1}$.

E il medio $nz=\frac{an^3+an}{n^3-2n^2-1}$. Parimenti il maggiore sarà $\frac{an^3+an}{n^3-2n^2-1}+\frac{an^2-an}{n^3-2n^2-1}=$ $=\frac{an^3+an^2}{n^3-2n^2-1}$.

Problema XXI.

Ritrovare quanti si voglia numeri, che siano in proporzione continua tra loro, e che uniti insieme facciano una data somma.

La proporzione può essere o aritmetica, o geometrica.

Caso I. Sia $40=a$ la somma data, e d la differenza. Se si cercano cinque numeri, o termini sarà x, ÷ $x+d$. $+x+2d$, $+x+3d$, $+x+4d=a$, e aggiungendo $5x+10d=a$, la quale ridotta, dà $x=\frac{a-10d}{5}$. Se $d=3$, sarà $x=2$, cioè 2 sarà il primo dei cinque termini cercati la cui somma $=40$.

E generalmente per qualunque numero, x sarà uguale alla somma a diminuita dalla differenza moltiplicata nella somma di altrettanti numeri naturali ÷ 0, 1, 2, 3, 4, 5, ec. quanti sono i numeri, o termini, che si cercano, e questa somma poi così diminuita, divisa pel numero dei termini.

Ora, se si chiami m qualunque numero di termini di questa progressione naturale, sarà $m-1$ il termine di detta progressione a questo numero corrispondente. Ma la somma di qualunque numero di termini di una progressione aritmetica è uguale alla somma del primo, e dell'ultimo moltiplicata nella metà del n° de' termini: dunque in questo caso sarà la somma eguale a $\frac{m^2-m}{2}$. Perciò il primo termine x di una progressione aritmetica sarà sempre uguale a $\frac{2a-m^2d+md}{2m}$. Si cerchino per esempio dieci termini e sia $a=100$, $d=2$, ed $m=10$, sarà questa la formula $x=\frac{200-200+20}{20}=1$, cioè il primo termine di questi 10 sarà 1, il 2do 3, il 3zo 5 ec. e la loro somma $=100$.

Caso II. Sia parimenti a la somma data, e l'esponente della ragione geometrica sia come $a:b$. Se si cerchino due soli termini, e il primo si dica x, sarà il 2do $\frac{bx}{a}$, e però $x+\frac{bx}{a}=a$, cioè $ax+bx=a^2$, ed $x=\frac{a^2}{a+b}$. Se si cerchino tre, il terzo sarà $\frac{b^2x}{a^2}$, e tutti tre $x+\frac{bx}{a}+\frac{b^2x}{a^2}=a$, cioè $x=\frac{a^3}{a^2+ab+b^2}$; se si vogliono quattro, $x=\frac{a^4}{a^3+a^2b+ab^2+b^3}$. E finalmente per qualunque numero di termini il primo x sarà eguale alla somma di tutti i termini, cioè ad a innalzato al grado di potenza uguale al n° dei termini che si cercano per esempio m, divisa poi la detta somma a^m per tutti i termini della potenza $m-1$ di $a+b$ scevri affatto di coefficienti. Per esempio si cercano quattro termini, diverrà $m=4$; sia poi $a=30$, $b=60$, allora sarà $x=\frac{810000}{27000+54000+108000+216000}=2$. Diffatto ÷÷ 2, 4, 8, 16 fanno 30.

Problema XXII.

Dati due numeri ritrovarne un terzo, che moltiplicato per uno di essi sia eguale al quadrato del prodotto di esso nell'altro.

Sieno dati 200, e 5 se il terzo che si cerca si dica x, sarà $200x=5\times5\times x^2$. E universalmente fatto $200=a$, $5=b$, si avrà $ax=b^2x^2$.

Seguono dei problemi di 2do grado, che li trasmetterò tra poco, o personalmente li porterò. Frattanto mi do l'onore di rassegnarmi di V.S. Reverendissima

Dev.mo Obbl.mo fra [illegible]

Caso XX.

Degli Affitti, o Locazioni.

Quesito 1mo.

Uno piglia in affitto una Casa per D.ti 790 3/4 all'anno. Dovendo pagarlo anticipatamente in quattro rate, cioè di trimestre in trimestre: si cerca quanto dovrà esborsare il primo trimestre al primo entrare che fa in Casa?

Soluzione

$$12 : 790\tfrac{3}{4} :: 3 : 197\tfrac{11}{16}$$

Dunque dovrà esborsare per ciascun trimestre ant. quanto D.ti 197 11/16

Quesito 2do.

Un altro loca una Possessione per 600. D.ti all'anno. Il Locatario dà contemporaneamente al Padron della Possessione una quantità di danaro, che rende un censo annuo di D.ti 1000. Avendo goduto il Padron della Possessione 7 anni 7 mesi 6. il danaro dell'altro; quanto tempo dovrà godere la possessione il 2do onde restino del pari?

In questo, e simili quesiti non è necessario il dichiarare il suo annuo del detto danaro, e si risolve con una sola proporzione inversa; poichè essendo il pro 1000. del 2do maggiore del pro 600 del primo, sarà minore il tempo, in cui dee godere la possessione il secondo maggiore del tempo,

la differenza del mezzo dal minimo, cioè 3zo, è uguale al massimo diviso per n: ma la differenza è $nz - z - a$ dunque $n^2z - nz - an$ sarà il massimo per ... ma certe la differenza del massimo dal mezzo è uguale al minimo diviso per n, dunque n^2z ...

in cui ha goduto il ... , a 120

Operazione

1000 ... 100 ... $\frac{2}{3}$ ... $2\frac{7}{9}$.

Dunque invertendo i Casti si ritrova che il secondo deve godere la Possessione Anni 12. Mesi 9. Giorni 10.

Quesito terzo

Tizio affitta una Possessione a Sempronio per D[ti] 700. all'anno. All'incontro Sempronio dà in affitto una Casa a Tizio per D[ti] $140\frac{2}{3}$ pure all'anno. Avendo posseduto Sempronio la Possessione per anni $8\frac{3}{4}$, quanto tempo dovrà possedere Tizio la casa, onde restino ugualmente soddisfatti?

E' chiaro che Tizio dovrà godere la Casa più che anni $8\frac{3}{4}$, perchè dunque i conseguenti, non sono fra loro come gli antecedenti, si risolverà con una proporzione inversa

Operazione

$140\frac{2}{3} : 700 :: 8\frac{3}{4} : 43\frac{229}{422}$

Dunque invertendo i Constituti si ricava, che Tizio dovrà godere la casa di Sempronio per Anni 43 Mesi 6. giorni 15 $\frac{75}{211}$.

Quesito 4to.

Pietro deve Ducati 340 a Paolo, a cui in mancanza di denaro loca una possessione che vale D[ti] 1000 acciò

... Seguono tre problemi di 2do grado, che le trasmetterò tra poco, o personalmente potrò. Frattanto mi do l'onore di rassegnarmi di V. S. Riveritissima

Dev[mo] Obb[mo] ... P. G. B. ...

acciò si paghi annualmente negli affitti in ragione del 6 per 100 all'anno a censo semplice. Si cerca quanto tempo goderà Paolo la possessione?

Si risolve con una proporzione composta inferendo se un capitale 100 mi rende un pro 6 in anni 1 un capitale 1000 in quanti anni mi renderà un pro 340? E perchè i tempi sono nella ragione inversa de' capitali, converrà invertire la ragione de' capitali.

Operazione

$$\begin{matrix} 1000 : 100 \\ 6 : 340 \end{matrix} :: 1 : 5\tfrac{2}{3}$$

Dunque si conchiude, che Paolo goderà la Possessione di Pietro per anni 5. Mesi 8.

Quesito 3zo.

Antonio dà in affitto a Francesco una Casa che in ragione del 5 per 100 all'anno importa di annuo affitto Ducati 420 il qual affitto gli se rilascia ogni anno fino all'estinzione di un debito che tiene col medesimo affittuario di D.ti 3000. Si cerca in quanti anni si estinguerà il debito? S'intende a censo semplice.

Trovisi prima il valore della Casa, inferendo: come il pro 5, al pro 420 così il capitale 100 al quarto termine, che sarà il valore cercato. Del resto si opera con la Regola del Tre composta inversa come nel precedente inferendo: se un capitale 100 mi

dà

la differenza del medio dal minimo, cioè 3zo, è uguale al massimo diviso per n: ma la differenza è $nz - z - a$ dunque $n^2z - nz - an$ sarà il massimo per la ma serie. la differenza del massimo dal medio è uguale al minimo diviso per n, dunque n^2z [illegible]

dà un prò di in anni, 2. il capitale trovato, cioè il valore della Casa in quanto anni mi darà un prò 3000?

Operazione prima.

$S : 420 :: 100 : 8400$

Dunque il valore della Casa è di d.ti 8400.

Operazione 2da.

$$\left.\begin{array}{l} 8400 : 100 \\ S : 3000 \end{array}\right\} :: 1 : 7\tfrac{1}{7}$$

Si conchiude, che Antonio dovrà rilasciare l'affitto della Casa a Franciano per anni 7, mesi 1, e giorni $21\frac{3}{7}$, poichè in tal tempo si estingue il debito che ne di d.ti 3000 verso Franciano

Quesito 6to.

Uno piglia in affitto una Casa, per 3 Anni a pagare Scudi 90. all'anno. L'Affittuario si obbliga di pagare tutti tre gli affitti anticipatamente al primo entrare che fa in Casa, se il Padrone gli sconta il 10 per 100. all'anno. Si accorda. Quanto dovrà esborsare?

Questo quesito si risolve con la regola di sconti semplici, discorrendo come segue:

I. se 110 scontando resta 100, che 90 1. resta $81\frac{9}{11}$

II. se 120 scontando resta 100, che 90 2. resta 75

III. se 130 scontando resta 100, che 90 3. resta $69\frac{3}{13}$

Dunque posto che il Padrone acconsente di accordare all'

[illegible]

Seguono dei problemi di 2do. grado che le trasmetterò fra poco, o per posta. Li porterò. Frattanto mi do l'onore di rassegnarmi di V.S. Riveritissima

Dev.mo Obbl.mo Ser. P. G. B. [illegible]

all'affittuario lo sconto del 10. per 100 all'anno dovrà l'affittuario pagare anticipatamente Scudi 226 $\frac{7}{143}$.

Quesito 7.mo

Uno piglia in affitto una Casa per 100. Ducati Dopo 3. Mesi, e 15. giorni piglia un secondo compagno e dopo Mesi 8. e giorni 20 si associa un terzo dovendo ciascuno pagare in proporzione del tempo quale sarà l'affitto di ciascheduno?

Il metodo per risolvere simili quesiti, è il seguente: si uniscono insieme tutti li Mesi; che di ciascuno tempo a ciascun compagno tocca di pagare alla rata porzione la pigione, e poi si opera a modo delle compagnie come si vedrà qui sotto

Siccome in questo quesito vi sono mesi, e giorni, così sarà bene ridurre anche li mesi in giorni, onde il calcolo riesca più facile

Operazione primo

Al primo compagno tocca di pagar quel tempo, che solo stette in Casa, cioè — Giorni 105

Per li giorni 155. che stette col 2.do compagno ne ha da pagare — Giorni $77\frac{1}{2}$

Per li giorni 100, che stette col secondo e terzo compagno ha da pagare — Giorni $33\frac{1}{3}$

Porzione del primo Comp.o Gio.ni $215\frac{5}{6}$

Il secondo Compagno, per li giorni 155 che stette in Casa col primo Compagno ne ha da pagare Gio.ni $77\frac{1}{2}$

E per li Giorni 100, che stette col primo, e ter-

la differenza del mezzo dal minimo, cioè $3zo$, è uguale al massimo di z_o per n: quella differenza è $nz - z - a$ dunque $n^2z - nz - an$ sarà il massimo per a, ma certe la [illegible] del massimo dal mezzo è uguale al [illegible] per n, dunque n^2z [illegible]

2° compagno ne ha da pagare [illegible] $23\frac{1}{3}$

Porzione del sud.° Comp.° Giu. $110\frac{5}{6}$

Il terzo compagno [illegible] solamente la terza parte di quei giorni 100, che stette in Casa col primo, e secondo compagno, cioè giu. $33\frac{1}{3}$

Fra tutti sono Giu. 360.—

Operazione 2da.

$$215\tfrac{5}{6} : 59\tfrac{103}{108}$$

$$360 : 100 :: 110\tfrac{5}{6} : 30\tfrac{85}{108}$$

$$33\tfrac{1}{3} : 9\tfrac{28}{108}$$

Summano Scudi 100.—

[illegible]

Seguono dei problemi di 2do. grado, che li trasmetterò ora poco, o per come li potrò. Frattanto mi dò l'onore di rassegnarmi di V.S. Reverendissima

Dev.mo Obb.mo Ser.e [illegible]

Riveritissimo Signore

In ordine alla di Lei Pregiatiss.ma in data 22. 9bre ravviso in prima l'accrescimento $1\frac{17}{33}$ che le risulta nella prova del Quesito 4.to, il che non può avvenire. Diffatto, determinato il valore dell' oglio pel guadagno, e capitali del primo, o secondo compagno, io trovo che monta Scudi 340.

Facciamo ora la prova, cercando di nuovo il guadagno del terzo compagno. Ella sa che, per averlo, conviene istituire quest'analogia: siccome 660 (somma dei capitali 120, 200, 340) a 800 guadagno comune, così 340, capitale trovato al quarto termine, cioè

660 : 800 :: 340 ?

Risolta la proporzione risulta di nuovo $412\frac{4}{33}$, ch'è il guadagno prefisso del terzo compagno; con che si verifica essere 340 il valore cercato dell' oglio. Perchè poi sono 30 Miri di oglio, presa $\frac{1}{30}$ di 340 si ha $\frac{34|0}{3|0}$, cioè $11\frac{1}{3}$ pel valore di un Miro di oglio, ciò che si cercava.

L'accrescimento dunque $1\frac{17}{33}$ risulta da qualche errore di calcolo intruso o nell'operazione, o nella prova.

Rapporto al quesito 7mo ha tutta la ragione di domandarmi il modo della costruzione, ma è impossibile: ho errato io medesimo nel trascriverlo. Deesi dunque proporre in questi termini.

Tre in un negozio hanno impiegato insieme 140 Piastre d'oro. Fatta la divisione, risulta che il guadagno del primo sta al guadagno del secondo, come 4 a 5, ed al guadagno del terzo, come 17 a 23. Si cercano li rispettivi loro capitali?

Essendo dunque simile al quesito 6.to si risolve nello stesso modo.

Passiamo ora al Quesito X, in cui mi riferisce che trova una mancanza di $\frac{50}{4278}$. Io risolvo il quesito nel modo seguente.

Suppongo che il guadagno del 1mo, e 2do compagno sia uguale alla somma dei loro cap.li, cioè 340. perciò in proporzione toccarebbe

al

al primo fiorini 240, e 100 al secondo. Ma in rigore della condizione annessa il primo dee avere $\frac{3}{4}$ ed il 2do $\frac{4}{5}$, perciò avremo

$$\tfrac{3}{4}+\tfrac{4}{5} : 340 :: \tfrac{3}{4} : \text{pel primo}$$
$$\tfrac{3}{4}+\tfrac{4}{5} : 340 :: \tfrac{4}{5} : \text{pel secondo}$$

ovvero

$$31 : 340 :: 15 : \text{pel 1mo.}$$
$$31 : 340 :: 16 : \text{pel 2do}$$

Trovato il quarto termine risulta $164\frac{16}{31}$ pel primo, e $175\frac{15}{31}$ pel secondo, laonde sottratto $164\frac{16}{31}$ da 240 si vede che il primo dona al secondo $75\frac{15}{31}$, la qual quantità costituisce $\frac{39}{124}$ di 240. È dunque necessario che il terzo pure ceda al secondo $\frac{39}{124}$ del suo guadagno, cioè di 350, che pel supposto è uguale al suo capitale. Prese pertanto $\frac{39}{124}$ parti di 350, risultano fiorini $110\frac{5}{62}$, i quali aggiunti ai fiorini $175\frac{15}{31}$ del secondo, esso avrà in tutto fiorini $285\frac{35}{62}$, sicchè al terzo restano fiorini $239\frac{57}{62}$. Ed è chiaro che queste tre parti prese insieme deono uguagliare il guadagno comune, il quale, per la fatta ipotesi, è uguale alla somma dei loro capitali, cioè a fiorini 690. Vediamolo

Parte del primo fior. $164\frac{16}{31}$, ovvero $164\frac{32}{62}$
Parte del secondo — — — — — $285\frac{35}{62}$
Parte del terzo — — — — — $239\frac{57}{62}$

Somma Fiorini 690:—

Tutto questo calcolo è fatto sul supposto, che il guadagno comune sia uguale alla somma dei loro capitali. Ma poiche il guadagno proposto è 2000, basterà dividere questo guadagno in proporzione delle parti già determinate, inferendo pel primo: siccome 690 a $164\frac{32}{62}$ così 2000 al quarto termine, e con simile argomento per gli altri due, come in figura

$$690 : 164\tfrac{32}{62} :: 2000 :$$
$$690 : 285\tfrac{35}{62} :: 2000 :$$
$$690 : 239\tfrac{57}{62} :: 2000 :$$

Il quarto termine pel guadagno del primo è $476\frac{3672}{4278}$, del secondo $827\frac{3094}{4278}$, del terzo $695\frac{1790}{4278}$, le quali parti insieme prese fanno appunto 2000. Il che &c.

Degli Affitti, o Locazioni.

Varie sono le questioni, e casi, che sogliono occorrere nell'uso degli affitti, o locazioni, ma non tutte si possono risolvere con le regole dell'Aritmetica volgare, come quelle che dipendono da proporzioni continue; però in questo trattato noi ci limitaremo alla soluzione di quelle soltanto, a cui le dette regole possono applicarsi, ed aver luogo.

Quesito I.

Uno piglia in affitto una Casa per Ducati 790 all'anno. Dovendo pagarla anticipatamente in quattro rate, cioè di trimestre in trimestre: si cerca quanto dovrà esborsare pel primo trimestre al primo entrare che fa in casa?

Quesito II

Un altro loca una Possessione per 600 Duc.ti all'anno. Il Locatario dà contemporaneamente al Padroni della Possessione una quantità di denaro, che rende un censo annuo di Duc.ti 1000. Avendo goduto il Padron della Possessione per anni 7. mesi 8. il denaro dell'altro; quanto tempo dovrà godere la Possessione il secondo, onde restino del pari?

In questo e simili non è necessario il dichiarare il pro annuo del detto denaro; e si risolve con una sola proporzione diretta; poichè essendo il pro 1000. del secondo maggiore del pro 600. del primo, sarà ancora il tempo, in cui dee godere la possessione il secondo maggiore del tempo in cui ha goduto il denaro l'altro.

Quesito III.

Tizio affitta una Possessione di Sempronio per Duc.ti 700 all'anno. All'incontro Sempronio dà in affitto una Casa a Tizio per Duc.ti $140 \frac{2}{3}$ pure all'anno. Avendo posseduto Sempronio la possessione per anni $8 \frac{3}{4}$ quanto tempo dovrà possedere Tizio la Casa, onde restino egualmente soddisfatti?

E' chiaro che Tizio dovrà godere la Casa più che anni $8 \frac{3}{4}$, perchè dividendo i conseguenti non sono fra loro come gli antecedenti, si risolverà con una proporzione inversa.

Cioè -

Quesito IV.

Pietro deve Ducati 340. a Paolo, a cui in mancanza di denaro loca una Possessione, che vale Ducati 1000, acciò si paghi annualmente sugli affitti in ragione del 6 per 100 all'anno a censo semplice. Si cerca quanto tempo goderà Paolo la Possessione?

Si risolve con una proporzione composta inferendo: se un capitale 100 mi rende un pro 6 in anni 1., un capitale 1000 in quanti anni mi renderà un pro 340? E perchè i tempi sono nella ragione inversa dei capitali, converrà invertire la ragione dei capitali

Quesito V.

Antonio dà in affitto a Francesco una Casa, che in ragione del 5 per 100 all'anno, importa di annuo affitto Ducati 420, il qual affitto egli lo rilascia ogn'anno sino all'estinzione di un debito, che tiene col medesimo affittuario di Duc.ti 3000. Si cerca in quanti anni si estinguerà il debito. S'intenda a censo semplice.

Trovisi prima il valore della Casa, inferendo: siccome il pro 5. al pro 420; così il Capitale 100. al quarto termine, che sarà il valore cercato. Del resto si operi con la Regola del Tre composta inversa, come nel precedente, inferendo: se un Capitale 100 mi dà un pro 5 in anni 1, il capitale trovato, cioè il valore della Casa, in quanti anni mi darà un pro 3000?

Quesito VI.

Uno piglia in affitto una Casa per 3 Anni a pagare Scudi 90 all'anno. L'Affittuario si esibisce di pagare tutti tre gli affitti anticipatamente al primo entrare che fa in Casa, se il Padrone gli sconta il 10 per 100 all'anno. Se accorda. Quanto dovrà sborsare?

Questo è il Quesito 11. del Pignatelli al Capit.o 21 pagina 168. che esso risolve per la regola dei Sconti composti; e sarebbe giustamente risolto, se avesse proposto che il detto sconto debba

computarsi in ragione di pro, e pro di pro; ma poichè, dalla sua proposizione, lo sconto è semplice, converrà risolverlo giusto la regole dei Sconti semplici, inferendo

I. Se 110 scontando resta 100, che 90?
II. Se 120 scontando resta 100, che 90?
III. Se 130 scont... resta 100, che 90?

perchè la somma dei termini trovati sarà la quantità cercata.

Quesito VII.

Uno piglia in affitto una casa per 200 ducati. Dopo 3 mesi e 10 giorni piglia un secondo compagno, e dopo mesi 8 giorni 20 si associa un terzo. Dovendo ciascuno pagare in proporzione del tempo, qual sarà l'affitto di ciaschaduno?

Questo è simile al quesito 3. del Figarelli al Capit.° precitato.

Quesito VIII.

Silvio prese in affitto una Casa per Ducati 130 all'anno, e diede anticipatamente al Padrone della medesima Ducati 300, con patto d'averne il pro del 6 per 100 all'anno. Cercasi quanto tempo dovrà tenere in casa l'Affittuario. S'intenda a censo doppio.

Questo è la Proposta 6.ta del capit.° 4.to trat.° 10. di Pier-Girolamo Cortinovis, simile al Quesito I. del Figarelli. Esso Cortinovis cita e diversi metodi di diversi Autori nel determinare il residuo, tra i quali il medesimo Figarelli; e finalmente dopo averli dichiarati falsi, assegna un metodo dedotto dall'Algebra, il quale (com'esso asserisce) giunge perfettamente una tale difficoltà. Esso si appoggia al P. Alessandro che si serve dell'Algebra antica, il cui risultato non conviene con quello che abbiamo noi dedotto altre volte dall'Algebra universale; però tralasciati tutti gli altri metodi, si appiglieremo al nostro registrato al Probl. 4.to dei consueti Scolari di censo doppio; dov'è da notare che il capitale, nel caso nostro, sono li Ducati 300 da estinguersi a ragione del 6 p 100, la pensione annua è l'affitto di D.ti 130, che ogni anno rilascia il Padrone della casa.

Il detto Cortinovis stabilisce che l'Affittuario deve tenere la casa per anni 2, mesi 6, giorni 18, ore 4, onde si vedrà la disparità, la quale non può esser negl'interi, ma solo nel residuo.

Quesito IX.

Uno piglia in affitto una Casa, ed esborsa al Padrone Duc.ti 300,

con

2. 6.

con patto però che gli frutterà il 10 per 100 all'anno. L'affittuario avendo dimorato in casa anni 13 fa il suo conto di non avere nè debito, nè credito alcuno. Cercasi ciò ch'egli pagava di affitto all'anno. S'intenda a censo doppio.

Questo è dell'Autore precitato, e fa Ducati $120\frac{210}{331}$. Noi lo risolveremo secondo il nostro metodo dedotto dall'Analisi. Si veda il problema 6.to de' computi a scala, ov'è da notare che li Duc.ti 300 formano il capitale da estinguersi, e l'affitto ogni anno rilasciato dal Padrone forma la pensione annua maggiore dell'annuo pro per estinguere il detto capitale. Il tempo poi di anni 13 è dato nel quesito medesimo.

Se poi fosse dato l'annuo affitto, col tempo, in cui si è goduta la casa, o possessione, e il frutto, e si cercasse il denaro anticipatamente esborsato, si ricorrerebbe al metodo del problema V. dei detti calcoli a scala.

Della Regola di Alligazione
ossia di Mescolamento.

Col mezzo di questa regola si risolvono le questioni Aritmetiche, le quali si propongono intorno a varie quantità di diverso valore, misura, e peso, a intendimento di ridurle al medesimo prezzo. Proporremo qui alcuni esempi che serviranno di regola in casi simili.

Quesito I

Un Mercante si trova avere del formento di due qualità. Una misura della prima qualità vale lire 30, e una misura della seconda vale lire 18. Egli vorebbe frammischiarne insieme 100 misure, dell'una, e dell'altra qualità, sicchè ciascuna valesse lire 25. Si domanda quante misure si prenderanno dell'una, e dell'altra qualità.

Regola I. Si dispongano per colonna i prezzi, di modo, che il mediocre sia tra il sommo, e l'infimo.

Reg. II. Dirimpetto al prezzo infimo si scriva la differenza, che vi è tra il sommo, e il medio. Parimenti dirimpetto al prezzo sommo scrivasi la differenza fra il medio, ed infimo.

Reg. III. S'inferisca poi per la Regola di proporzione: siccome la somma delle trovate differenze al totale composto, così ciascuna di dette differenze, alle quantità cercate da frammischiarsi.

Reg. IV. Che se più sieno le quantità da frammischiarsi, trovate le differenze tra il sommo, e medio, e medio ed infimo, per sommo, ed infimo si considerino quelli che ai primi sono più prossimi, come ne' seguenti esempi:

Quesito II.

Uno ha degli Aromi di quattro specie. Una libra della prima specie vale lire 40; una della seconda vale lire 30; una della terza lire 18; ed una della quarta 12. Egli vorebbe comporne insieme libre 110, sicchè il valore di ciascuna fosse lire 20. Si domanda quante libre si ricercheranno da ciascuna delle date specie?

Quesito III.

Un altro ha metalli di tre specie, o leghe. Una marca della prima vale ₤ 50; una della 2da ₤ 40, ed una della terza ₤ 23. Egli vorebbe comporne insieme 200 Marche di modo, che ciascuna valesse ₤ 30. Si cerca quante marche dovranno pigliarsi da ciascuna delle date specie?

Quando il numero de' prezzi è dispari, come nel caso nostro, il prezzo più prossimo al medio, conviene paragonarlo al medio medesimo due, e anco più volte, se più sono i prezzi dalla parte opposta, e ciò perchè ciascuno dei prezzi dati dee avere di rincontro la sua differenza, le quali perciò diveranno uguali, ed uguali in conseguenza anco le quantità corrispondenti, che si vanno indagando.

Quesito IV.

Un Mercante ha dei drappi di cinque qualità. Un braccio della prima vale ₤ 60; uno della 2da ₤ 50; della terza ₤ 45; della 4ta ₤ 30, della quinta 20. Ricapita un altro mercante, e tanto drappo ne vuol comperare di ciascuna qualità, che in tutto siano braccia 1000 a ragione di ₤ 40 il braccio (prezzo medio) Ora si cerca: quante braccia ne avrà di ciascuna qualità?

Quesito V.

Un Orefice ha dell'oro di otto diverse leghe. Un'oncia della prima vale ₤ 40: della 2da ₤ 30: della 3za ₤ 20, della 4ta ₤ 18; della 5ta ₤ 16; della 6ta ₤ 11, della 7ma ₤ 9, e dell' 8va ₤ 6. Egli vorebbe confonderne insieme Oncie 100. in modo, che ciascuna valesse ₤ 15. Quante oncie si ricercheranno da ciascuno dei dati prezzi?

Quesito VI.

Una Comunità fa gettare una Statua, che pesa libre 2880, e costa in tutto lire 16480. In questo getto vi sono metalli di quattro specie. Argento a lire 1600 il cento; Rame a ₤ 400 il cento; Stagno a ₤ 600. il cento; Ferro a ₤ 1300 pure il cento. Si

cerca quanto metallo di ciascuna sorte, siavi in quella statua?

In siffatti quesiti per cento per iniziare, et si cerchi prima il prezzo medio, che manca in ragione di tutto il composto al centenajo, inferendo: tutto il composto libre 3880 sta a 100, come tutto il costo lire 10480 al quarto termine, che sarà il prezzo medio. Del rimanente si opera come nei precedenti.

Questo l'ho trovato in un manuscritto ed è simile al quesito 3° del Ziccatelli. Ma poichè risolvendolo per Algebra è della specie degl' indeterminati, ammettendo più soluzioni, non si saprà poi qual' sia il vero peso. Il quinto pure del Ziccatelli, è dello stesso calibro, e ammette quindeci soluzioni. E benchè il Ziccatelli fosse ben informato dell' Algebra antica, come pure il nostro P. Alessandro, ad ogni modo non seppero distinguere i problemi determinati dagl' indeterminati, come si vede in effetto. Io ne ho composto un altro simile al quinto del Ziccatelli, il quale essendo determinato, si rileveranno i veri pesi, ed è il seguente.

Uno ha due pezzi d'oro di diversa lega. Una marca del primo vale scudi 80, ed una del 2do val scudi 60; e pesano insieme marche 54. Li rivende poi in ragione di scudi $68\frac{8}{9}$ la marca (prezzo medio). E si cerca quante marche pesava ciascun pezzo per se stesso?

Si può risolvere anco per le regole precedenti.

Altri quesiti si potrebbero proporre sulla composizione dell' Oro, e dell' Argento, i quali risolvendosi facilmente per la Regola delle proporzioni, si potranno osservare nel Ziccatelli medesimo, incominciando dal quesito 7mo.

Ora sto compilando i problemi di Diofanto, aggiungendo i numeri, giacchè dall' Autore si propongono per sole lettere, e presto glieli trasmetterò.

Mi lusingo che V.S. come pure tutta la Gentilissima Famiglia de La Papino in ottima salute; io mi sono quasi rimesso al solito. Le rendo infinite grazie per le generose esibizioni, che occorrendo, non mancarò di disturbarla. E frattanto raccomandandole i miei devoti ossequij, con rispetto, e venerazione mi do l'onore di dirmi

Di V.S. Reverendissima

Dev.mo Obblig.mo Servit.re
P. Gio: Battista Menaj.

Sinnaro li 10. 8bre 1803

cerca quanto metallo di ciascuna sorte siavi in quella statua?
In simili quesiti per cento, per miliaro, e si cerchi prima il
[illegible] il composto al centenajo,

cerca quanto metallo di ciascuna sorte, siavi in quella [illegible]?

In simili quesiti per cento per. [illegible], e si cerchi prima il [illegible] il composto al centenaio.

[illegible]

cerca quanto metallo di ciascuna sorte, siavi in quella [illegible]?

In simili quesiti per cento per iniziare, e si cerchi prima il [illegible] il composto al centenaio.

[illegible]

cerca quanto metallo di ciascuna sorte sia in quella statua?

Si sottratti quesiti per cento per insiemo, et si cerchi prima il

[illegible] il contrario al centenaio.

[illegible]

cerca quanto metallo di ciascuna sorte, si ha in quella statua?

In simili quesiti per cento, per iniziare, e si cerchi prima il [illegible] il [illegible] al centenaio.

[illegible]

cerca quanto metallo di ciascuna sorte siavi in quella statua?

In simili quesiti per cento s'inizia, e si cerchi prima il

[illegible] il controllo al centenaio.

cerca quanto metallo di ciascuna sorte, siavi in quella [illegible]?

In simili quesiti per cento per iniziare, e si cerchi prima il

[illegible] il [illegible] al centenaio.

cerca quanto metallo di ciascuna sorte [illegible] in quella [illegible]?
In simili quesiti per cento per [illegible], e si cerchi prima il
[illegible] il metallo al centenaio

[illegible]

cerca quanto metallo di ciascuna specie siavi in quella Statua?

In simili quesiti per cento, per miliaro, et si cerchi prima il

[illegible] il centesimo al centenaio

cerca quanto metallo di ciascuna specie siavi in quella Statua?
In simili quesiti per cento, per miliaro, e si cerchi prima il

Operat.^e

```
  12400.      ( Quadto
   6043       ( 2.0519 .... &c
  12086
 --31400
    6043
   30215
    11850
     6043
    58070
     6043
    54387
     3683
```

Annotatione.

Oltre ai varj usi della frattioni Decimali nel fare le riduttioni, esse sono anche utilissime, per determinare prossimamente la radici irrationali, o sorde.

Data dunque una potenza imperfetta, per aver la radice quadrata, si aggiungeranno alquante coppie di zeri, quante cioè note Decimali si vorranno estrarre, indi

Centimetres Inches
Color chart Sachverständigen-Zubehör.de
Blue Cyan Green Yellow Red Magenta White Grey Black